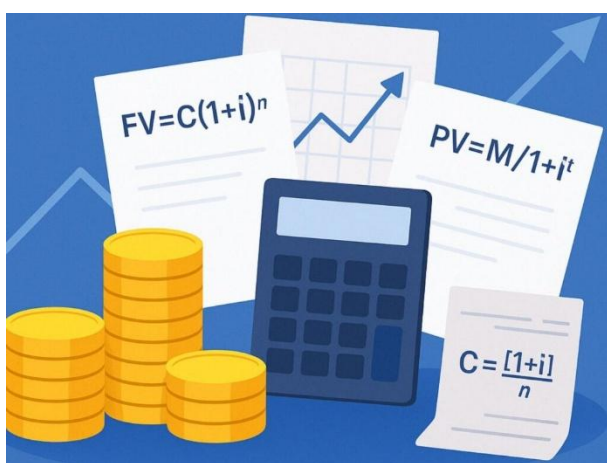




Departamento de
Gestão e Economia



Exercícios de Cálculo Financeiro

Ano letivo
2025/2026

1.º Ciclo em Economia e em Gestão

Docentes:

Francisco Antunes
Norberto Maricoto

EXERCÍCIO 1.01



Um capital de €2.000 foi colocado, durante 5 anos, sob as seguintes condições:

- Vencimento mensal do juro.
- Taxas de juro mensais efetivas: 1% no 1.º e 2.º ano; 1,005% no 3.º ano; 0,99% nos restantes anos.
- Durante os primeiros 3 anos, capitalização de 60% do juro mensal e entrega do restante ao investidor no final de cada mês.
- Durante o 4.º, entrega do juro mensal ao investidor no final de cada mês.
- Durante o 5.º, capitalização integral do juro.

- a) Determine o valor do juro mensal entregue ao investidor durante 4.º ano da aplicação. **[€24,57]**
- b) Determine o montante pago ao investidor no final do prazo da aplicação. **[€2.792,89]**

EXERCÍCIO 1.02



Substituição de uma dívida de €80.000, vencida hoje, por três pagamentos com vencimentos a 6, 9 e 12 meses respetivamente. O valor nominal do 2.º é superior ao do 1.º em 40%. O valor nominal do 3.º é inferior ao do 1.º em 40%. Taxa de juro trimestral efetiva 2,8%.

- a) Valores nominais dos pagamentos? **[€28.857,83; €40.400,97; €17.314,70]**

EXERCÍCIO 1.03



Aplicação de €10.000. Taxas de juro mensais efetivas de 3,2% nos primeiros 2 anos e 3,5% nos 5 anos seguintes. Vencimento mensal do juro. Capitalização de 70% do juro. Prazo: 7 anos.

- a) Capital acumulado no início do 7.º ano? **[€54.384,41]**

EXERCÍCIO 1.04



Dada a taxa de juro nominal de 5% relativa a um período de 5 meses, com capitalizações bimestrais (de 2 em 2 meses).

- a) Taxa de juro nominal para um período de 10 meses com capitalizações de 5 em 5 meses. **[10,15%]**

EXERCÍCIO 1.05

Uma pessoa aceitou há 7 meses um título de dívida com o valor nominal de €3.000, com vencimento a 8 meses. Hoje, por dificuldades de liquidez, acorda com o credor renegociar a dívida nos seguintes termos:

- Pagamento imediato €250.
- Novo pagamento ao fim de 100 dias.
- Taxa de juro diária efetiva de 0,05%.

a) Determine o valor nominal do 2.º pagamento. [**€2.843,37**]

EXERCÍCIO 1.06

Desconto composto às taxas de desconto anuais de 2% no 1.º ano e 1,5% no 2.º. Título com vencimento a 2 anos. Valor nominal do título €5.450.

a) Valor do desconto? [**€189,12**]

EXERCÍCIO 1.07

Desconto por fora no Banco A de um título de valor nominal €180.000 com vencimento a 2 anos. Taxa anual contratada 6,4%. Taxa de desconto efetiva anual no Banco B 6,5%.

a) Qual a melhor opção do ponto de vista financeiro? [**Banco B**]

EXERCÍCIO 1.08

Empréstimo de €2.000. Período de capitalização semestral. Taxa de juro semestral 4,5%. Prazo 14 meses. Nas frações do período de capitalização é usada uma taxa proporcional.

a) Valor a pagar no final do prazo? [**€2.216,81**]

EXERCÍCIO 1.09

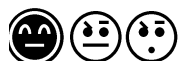
Desconto por fora à taxa contratada anual de 4,7%. Título com vencimento a 4 meses e 10 dias. Valor do desconto €2.430.

a) Taxa de juro anual efetiva? [**4,854%**]

EXERCÍCIO 1.10

Aplicação de €1.500. Prazo 12 anos. Taxas de juro anuais: 3,5% nos primeiros 6 anos e 4,5% nos 6 anos seguintes. Vencimento anual de juro. Recebimento do juro no vencimento.

- a) Valor do último recebimento? [€1.567,5]

EXERCÍCIO 1.11

Substituição de dois títulos de dívida, o 1.º de €2.300 com vencimento hoje, e o 2.º de €7.200 com vencimento daqui a dois anos. Taxa de juro anual efetiva de 8,6%. Vencimento comum: 2 anos.

- a) Capital do novo título? [€9.912,61]

EXERCÍCIO 1.12

Subsídio reembolsável (empréstimo a juro nulo) no valor de €100.000. Prazo 3 anos. Taxa de juro efetiva no mercado de 8% ao ano.

- a) Perda do credor? [€25.971,2]

EXERCÍCIO 1.13

Taxa de juro nominal de 7,5% para 9 meses com 6 capitalizações no período da taxa.

- a) Taxa de juro nominal anual com 8 capitalizações no período da taxa? [10%]

EXERCÍCIO 1.14

Desconto por fora às taxas anuais de 3% no 1.º ano e 4% no 2.º ano. Título com vencimento a 2 anos. Valor nominal do título €8.000.

- a) Valor do desconto? [€560]

EXERCÍCIO 1.15

Desconto por fora de um título de valor nominal €11.000 com vencimento a 10 meses. Taxa de juro anual efetiva 17,379%.

- a) Taxa anual contratada? **[15%]**

EXERCÍCIO 1.16

Desconto por dentro às taxas anuais de 2% no 1.º ano, 1,5% no 2.º. Título com vencimento a 1 ano e 105 dias. Valor atual do título €3.450.

- a) Valor nominal do título? **[€3.533,89]**

EXERCÍCIO 1.17

Título de valor nominal €7.800 com vencimento a 8 meses. Valor do título daqui a 3 meses €7.450 (desconto composto).

- a) Taxa de juro efetiva anual e taxa de desconto efetiva anual? **[11,648%; 10,433%]**

EXERCÍCIO 1.18

Aplicação de €12.000. Taxa de juro mensal efetiva de 1,6%. Vencimento mensal do juro. Pagamento de 60% do juro no vencimento. Prazo: 8 anos.

- a) Valor a receber no final do 5.º mês do 6.º ano? **[€173,29]**

EXERCÍCIO 1.19

Aplicação de €10.000. Taxa de juro trimestral efetiva 1,5%. Vencimento trimestral do juro. Prazo: 8 anos. Recebimento de €10.000 no fim do 5.º ano.

- a) Recebimento no final do prazo? **[€4.147,06]**

EXERCÍCIO 1.20

Desconto composto às taxas de juro efetivas anuais de 4,2% no 1.º ano e 3,9% no 2.º ano. Título de valor nominal €5.480 com vencimento a 1,5 anos. O titular propôs o desconto por dentro em alternativa ao composto.

- a) Qual a taxa contratada fixa semestral que o banco estaria disposto a aceitar no desconto por dentro (em alternativa às taxas contratadas no desconto composto)? **[2,071%]**

EXERCÍCIO 1.21

Desconto por fora às taxas semestrais de 1,9% no 1.º semestre e 2,1% no 2.º semestre. Título com vencimento a 1 ano. Valor do desconto €340.

- a) Taxa de desconto efetiva anual? **[4%]**

EXERCÍCIO 1.22

Aplicação de €5.000. Taxas de juro efetivas: 0,4% (mensal) no primeiro ano, 1,8% (trimestral) nos 2 anos seguintes e 3,9% (semestral) nos restantes. Vencimento mensal do juro. Prazo: 6 anos.

- a) Taxa de juro efetiva média anual? **[7,254%]**

EXERCÍCIO 1.23

Dívida de €114.000 a pagar através de 2 prestações a vencerem a 90 e 120 dias. O valor nominal da 2ª é inferior ao da 1ª em 20%. Taxa de juro anual efetiva 15%.

- a) Valores nominais das prestações? **[€65.888,43; €52.710,74]**

EXERCÍCIO 1.24

Aplicação de €10.000. Prazo: 3 anos. Vencimento mensal de juros. Valor acumulado no final do prazo: €12.000.

- a) Taxa de juro semestral nominal (com capitalizações mensais) contratada? **[€3,046%]**

EXERCÍCIO 1.25

Aplicação de €18.000. Vencimento anual de juros. Retenção do juro sem capitalização. Taxa de juro semestral contratada 5,2%. Prazo: 4 anos.

- a) Taxa de juro efetiva média anual? **[9,085%]**

EXERCÍCIO 1.26

Taxa de juro anual nominal (com 3 capitalizações no período da taxa) 9,3%.

- a) Taxa de juro efetiva anual? **[9,591%]**

EXERCÍCIO 1.27

Título de valor nominal €6.200 com vencimento a 8 meses. Valor atual do título €5.000 (desconto composto).

- a) Taxa de desconto efetiva mensal e taxa de desconto anual equivalente? **[2,65%; 27,579%]**

EXERCÍCIO 1.28

Renegociação de uma dívida de valor nominal €12.500 com vencimento a 2 meses. Pagamento imediato de €2.500 e um 2.º pagamento daqui a 6 meses.

- a) Taxa de juro efetiva mensal 1%. Valor nominal do 2.º pagamento? **[€10.353,75]**

EXERCÍCIO 1.29

Aplicação de €250.000. Taxas de juro nominais anuais (com capitalizações mensais): 2,4% (no 1.º quadrimestre), 3% (no 2.º quadrimestre), 4,2% (nos 3 meses seguintes) e 12% (no último mês). Vencimento mensal do juro. Prazo: 1 ano.

- a) Taxa de juro efetiva anual? **[3,916%]**
b) Taxa de juro nominal anual (com capitalizações mensais) média? **[3,847%]**

EXERCÍCIO 1.30

Uma pessoa recebeu duas propostas para a venda de um imóvel. A 1ª prevê um recebimento a pronto de €10.000 e um recebimento de €140.000 daqui a 18 meses. A 2ª prevê três recebimentos de €65.000, €15.000 e €70.000 daqui a 3, 12 e 24 meses, respetivamente.

- a) Sabendo que o vendedor tem a possibilidade de aplicar capitais à taxa de juro efetiva anual de 5%, diga qual é a melhor proposta do ponto de vista financeiro (na perspetiva do vendedor)? **[2.ª proposta]**

EXERCÍCIO 1.31

Taxa de juro nominal quadrimestral de 2,1% com capitalizações bienais (2 anos).

- a) Taxa de juro bienal (2 anos) nominal com capitalizações quadrimestrais? **[11,985%]**

EXERCÍCIO 1.32

Aplicação de €34.000. Prazo: 10 anos. Reforço de capital no valor de €16.000 no final do 6.º ano. Taxas de juro mensais efetivas de 1,1% nos primeiros 6 anos e 1,4% nos restantes. Vencimento mensal do juro.

- a) Valor do juro vencido no final do 73.º mês? **[€1.270,38]**

EXERCÍCIO 1.33

Taxa de juro nominal bienal (2 anos) de 13,8% com 6 capitalizações no período da taxa.

- a) Taxa de juro nominal mensal com capitalizações quadrimestrais? **[0,575%]**
 b) Taxa de juro nominal anual com capitalizações de 5 dias? **[6,825%]**
 c) Taxa de desconto efetiva anual? **[6,594%]**

EXERCÍCIO 1.34

Substituição de dois títulos de dívida, o 1.º de €7.000 com vencimento hoje, e o 2.º de €4.700 com vencimento daqui a dois anos, por um único com valor nominal igual à soma dos dois anteriores. Taxa de juro anual efetiva de 5,6%.

- a) Vencimento médio? **[9 meses e 10 dias]**

EXERCÍCIO 1.35

Considere o seguinte empréstimo:

- Valor inicial: €8.000.
- Prazo: 4 anos.
- Taxa de juro trimestral efetiva: 1,5%.
- Reembolso de capital e juros no final do prazo.

- a) Ao fim de dois anos e meio o devedor pediu a antecipação do reembolso pelo desconto por fora à taxa anual de 5%, o que foi aceite pelo credor. Determine o valor a receber pelo credor. **[€9.390,49]**
- b) Considerando que o valor descontado, calculado em RJC à taxa de juro da capitalização, é de €9.284,327 e que a taxa de juro anual efetiva de mercado é de 4,5%, indique, quantificando, quem beneficiou com a antecipação acordada. **[O devedor]**

EXERCÍCIO 1.36

Desconto por dentro às taxas anuais de 2% no 1.º ano, 1,5% no 2.º. Título com vencimento a 2 anos. Valor nominal do título €3.450.

- a) Taxas de juro efetivas anuais? **[2%; 1,471%]**

EXERCÍCIO 1.37

Depósito inicial €5.000. Levantamento de €1.000 no final do 2.º ano. Reforço de capital de €1.500 no fim do 1.º semestre do 4.º ano. Prazo 5 anos. Taxa de juro efetiva semestral: 4%. Vencimento semestral de juro. Pagamento do juro no vencimento.

- a) Juro a receber no final do 3.º, do 5.º e do 9.º semestre? **[€200; €160; €220]**

EXERCÍCIO 1.38

Empréstimo de €20.000. Reforço de capital de €10.000 ao fim de 1 ano. Vencimento semestral do juro. Taxa de juro semestral efetiva de 5%. Plano de pagamentos: final do 1.º semestre - €1.000; final do 2.º semestre - €1.000; final do prazo - €40.202,87.

- a) Valor em dívida no início do 3.º semestre? **[€30.000]**
- b) Valor do juro vencido no final do 3.º semestre? **[€1.500]**
- c) Prazo total do empréstimo (em anos)? **[4 anos]**

EXERCÍCIO 1.39

Aplicação de €10.000. Regime de retenção sem capitalização de juro. Vencimento trimestral de juro. Prazo: 10 anos. Valor recebido no final do prazo: €15.000.

- a) Taxa de juro anual contratada? **[5%]**
- b) Taxa de juro efetiva anual no 1.º trimestre? **[5,095%]**
- c) Taxa de juro efetiva anual no último trimestre da aplicação? **[3,404%]**

EXERCÍCIO 1.40

Empréstimo de €80.000. Taxas de juro mensais efetivas de 0,8% nos primeiros 4 anos e 1,1% nos restantes. Vencimento mensal do juro. Capitalização de 80% do juro no vencimento (nos primeiros 5 anos), pagamento do juro no vencimento (nos 2 anos seguintes) e capitalização do juro no vencimento (nos restantes). Prazo: 10 anos.

- a) Pagamento a efetuar no final do 55.º mês? **[€251,96]**
- b) Pagamento a efetuar no final do 78.º mês? **[€1.327,80]**
- c) Pagamento a efetuar no final do prazo? **[€178.970,98]**

EXERCÍCIO 1.41

Desconto por fora no Banco A de um título de valor nominal €320.000 com vencimento a 1 ano e 3 meses. Valor atual do título €290.000. Taxa de juro efetiva anual no Banco B 7,5%.

- a) Taxa anual contratada (banco A)? **[7,5%]**
- b) Taxa de desconto efetiva mensal (banco A)? **[0,654%]**
- c) Taxa de desconto efetiva anual (banco A)? **[7,573%]**
- d) Qual é a melhor opção de financiamento? **[Banco B]**

EXERCÍCIO 1.42

Empréstimo de €500.000. Prazo: 5 anos. Taxa de juro semestral efetiva: 3%. Reembolso de capital e juros no final do prazo. Ao fim de 3 anos, o credor pediu o reembolso antecipado do empréstimo, propondo ao devedor o pagamento de €570.000.

- a) Sabendo que a taxa de juro anual efetiva no mercado (no momento da antecipação) é de 10,5%, quem ganha com a antecipação, calculando o valor do ganho (reportado ao momento da antecipação e ao final do prazo do empréstimo)? **[O credor]**

EXERCÍCIO 1.43

Empréstimo no banco A, à taxa de juro anual nominal (com capitalizações semestrais) de 14,6%. Empréstimo no banco B à taxa de juro anual nominal (com capitalizações diárias) de 14,6% (base 365).

- a) Taxa de juro efetiva diária do banco A (base 365)? **[0,039%]**
b) Taxa de juro nominal anual (com capitalizações semestrais) do banco B? **[15,143%]**
c) Qual é a melhor opção, do ponto de vista financeiro, para o devedor? **[Banco A]**

EXERCÍCIO 1.44

Aplicação de €45.000. Taxas de juro mensais efetivas de 1,3% nos primeiros 3 anos e 1,1% nos restantes. Reforço de capital no valor de €15.000 no final do 3.º mês do 7.º ano. Vencimento mensal do juro. Capitalização de 65% do juro no vencimento durante os primeiros 4 anos e de 35% nos anos seguintes. Prazo: 10 anos.

- a) Capital acumulado no início do 9.º ano? **[€96.060,67]**

EXERCÍCIO 1.45

Qual é a taxa de juro anual nominal com capitalizações quadrimestrais que faz triplicar um capital ao fim de 20 anos de capitalização composta? **[5,544%]**

EXERCÍCIO 1.46

Desconto por dentro às taxas anuais de 2,5% no 1.º ano, 1,5% no 2.º, e 3% no 3.º ano. Título com vencimento a 2,5 anos. Valor do desconto €1.500.

- a) Taxas de desconto efetivas anuais? **[2,439%; 1,442%; 2,823%]**

EXERCÍCIO 1.47

Aplicação de €18.200. Taxas de juro mensais efetivas 1,3% nos primeiros 5 anos e 1,5% nos restantes. Vencimento mensal do juro. Reforço de capital no final do 4.º ano no valor de €1.800. Recebimento no final do prazo €59.475,1845.

- a) Prazo da aplicação (em anos)? **[7 anos]**

EXERCÍCIO 1.48

Numa aplicação de €32.000 foi acordado o seguinte:

- Prazo: 7 anos.
- Taxas de juro efetivas mensais: 0,75% nos primeiros 4 anos e 0,9% nos 3 anos seguintes.
- Os juros vencem mensalmente.

- a) Considerando o regime de juro composto, qual a taxa de juro fixa mensal equivalente às taxas de juro convencionadas? **[0,8143%]**
- b) Considerando agora que 25% do juro vencido mensalmente será pago ao investidor, qual o valor a receber no final do prazo da aplicação (o juro do último mês é considerado na totalidade)? **[€53.484,68]**
- c) Se o banco propusesse um regime de retenção integral de juros sem capitalização:
- i) Determine a perda do investidor mantendo as taxas acordadas. **[€9.352,4]**
 - ii) Que taxa fixa anual estaria o investidor disposto a aceitar (em alternativa às taxas acordadas)? **[13,947%]**
- d) Admitindo novamente o RJC e uma redução nas taxas de juro efetivas mensais para 0,6% (nos primeiros 4 anos) e 0,8% (nos 3 anos seguintes), identifique o momento em que deve ser feito um reforço de capital de €4.000 de forma a obter o mesmo valor acumulado. **[31,4 meses antes da mudança da taxa]**

EXERCÍCIO 1.49

Considere a seguinte aplicação financeira:

- Prazo: 4 anos;
- Capital inicial de €12.000;
- O juro vence trimestralmente durante todo o prazo da aplicação;
- Taxa de juro anual nominal de 12,18%, com capitalizações semestrais;
- 1.º Ano: capitalização integral do juro;
- 2.º Ano: Pagamento integral do juro no momento do seu vencimento;
- 3.º Ano: Os juros, calculados com base na taxa efetiva trimestral, são retidos no processo sem capitalizarem;
- 4.º Ano: O Sr. MF decide investir mais €500 no início do ano, e €500 no início do 2.º semestre. Durante este ano, o juro é capitalizado no processo.

- a) Qual o valor acumulado no fim do 2.º Ano? **[€13.506,11]**
- b) Calcule o valor do juro trimestral no 3.º Ano. **[€405,18]**
- c) Determine o capital acumulado no fim do 4.º ano. **[€18.118,59]**
- d) Qual a taxa de juro anual a que efetivamente o capital está colocado durante o 3.º ano? **[€12%]**

EXERCÍCIO 1.50

Num empréstimo de €15.000 foi acordado o seguinte:

- Prazo: 10 anos
- Taxas de juro anuais: 8,24322% (efetiva) nos primeiros 6 anos e 12,05961% (nominal associada a 3 capitalizações) nos 4 anos seguintes.
- Os juros vencem trimestralmente

- a) Quanto receberá o credor no final do prazo, sabendo que em cada trimestre, 30% do juro vencido será pago ao credor (o juro do último trimestre é considerado na totalidade no valor final a pagar)? **[€29.459,51]**
- b) Quanto receberia o credor trimestralmente se fosse o regime simples a ser contratado? **[€300 (nos primeiros 6 anos), €450 (nos últimos 4 anos, excetuando o último trimestre) e €15.450 (no último trimestre)]**
- c) Considerando agora o regime de juro composto, qual a taxa de juro fixa trimestral equivalente às taxas de juro convencionadas? **[€2,399%]**
- d) Que taxa fixa anual estaria o credor disposto a aceitar (em alternativa ao acordado na alínea c)) se o devedor propusesse um regime de retenção integral de juros sem capitalização? **[15,811%]**

EXERCÍCIO 2.01



Renda de 120 termos mensais imediatos, normais e constantes de €1.200 cada. Taxa de juro mensal efetiva de 1,2%.

- a) Qual é o valor da renda no fim do 90.º mês? [€222.663,71]

EXERCÍCIO 2.02



Renda de termos trimestrais imediatos, antecipados e constantes de €1.000 cada. Prazo: 12 anos. Taxa de juro trimestral efetiva de 2,5%.

- a) Qual é o valor acumulado da renda? [€93.131,07]

EXERCÍCIO 2.03



Valor atual de uma perpetuidade imediata semestral: €100.000. Taxa de juro semestral efetiva de 4%.

- a) Qual é o valor do termo constante normal? [€4.000]

EXERCÍCIO 2.04



Perpetuidade semestral com termos constantes de €2.000. Primeiro termo a vencer ao fim de 7 meses. Taxa de juro semestral efetiva de 5%.

- a) Qual é o valor da perpetuidade daqui a 13 meses? [€44.100]

EXERCÍCIO 2.05



Valor atual de uma perpetuidade semestral: €100.000. Termo constante antecipado imediato €5.000.

- a) Qual é a taxa de juro semestral efetiva? [5,263%]

EXERCÍCIO 2.06

Valor atual de uma perpetuidade mensal diferida: €37.927,40. Termo constante normal €45.000. Taxa de juro mensal efetiva 1%.

- a) Qual é o período de diferimento? **[480 meses]**

EXERCÍCIO 2.07

Renda diferida de termos mensais, normais e constantes de €800 cada. Taxa de juro mensal efetiva de 2%. Período de diferimento de 8 meses. Valor da renda no fim do 8.º mês €27.808,71.

- a) Qual o número de termos da renda? **[60]**

EXERCÍCIO 2.08

Renda de 40 termos trimestrais imediatos, normais e constantes de €480 cada. Taxas de juro trimestrais efetivas de 2,8% (primeiros 4 anos) e 3,1% (nos 6 anos seguintes).

- a) Determine o valor atual da renda. **[€11.292,48]**

EXERCÍCIO 2.09

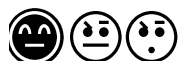
Aquisição de um bem com um preço de €15.000. Entrada inicial de 30% e pagamento de prestações mensais constantes durante 5 anos. A 1ª prestação vence um mês depois da aquisição. Taxa de juro mensal efetiva 1,25%.

- a) Determine o valor de cada mensalidade. **[€249,79]**

EXERCÍCIO 2.10

Perpetuidade de termos trimestrais imediatos, normais e constantes de €120 cada. Taxas de juro trimestrais efetivas de 2,1% (primeiros 10 anos) e 2,3% (nos anos seguintes).

- a) Determine o valor atual da perpetuidade. **[€5.497,90]**

EXERCÍCIO 2.11

Valor atual de uma perpetuidade diferida: €100.000. Termos mensais normais a decrescerem mensalmente 3%, sendo o valor do 1.º igual a €4.673,60. Taxa de juro efetiva mensal 1,6%.

- a) Determine o período de diferimento. **[1 mês]**

EXERCÍCIO 2.12

Valor atual de uma perpetuidade imediata: €21.000. Termos semestrais antecipados a crescerem semestralmente €45. Taxa de juro efetiva semestral 5%.

- a) Determine o valor do 1.º termo. **[€100]**

EXERCÍCIO 2.13

Renda de 20 termos trimestrais que decrescem trimestralmente €75. Taxa de juro efetiva trimestral 2,5%. Valor do último termo €8.575.

- a) Determine o valor da renda no vencimento do último termo. **[€238.812,60]**

EXERCÍCIO 2.14

Renda imediata de 30 termos anuais antecipados que crescem anualmente 5%. Taxa de juro efetiva anual de 11,1%. Valor atual da renda €23.500.

- a) Determine o valor do 12.º termo da renda. **[€2.703,64]**

EXERCÍCIO 2.15

Renda de 20 termos trimestrais antecipados que decrescem trimestralmente €50. Taxa de juro efetiva trimestral 2,5%. Valor do 10.º termo €4.550.

- a) Determine o valor acumulado da renda. **[€119.549,82]**

EXERCÍCIO 2.16

Valor atual de uma perpetuidade imediata: €100.000. Termos mensais normais a crescerem mensalmente 5%. Valor 163.º termo €27.081,11.

- a) Determine a taxa de juro efetiva mensal. **[5,01%]**

EXERCÍCIO 2.17

Renda de 40 termos semestrais antecipados que decrescem semestralmente 10%. Taxa de juro efetiva semestral 5%. Valor do 1.º termo €100.

- a) Determine o valor atual da renda. **[€698,53]**

EXERCÍCIO 2.18

Valor atual de uma perpetuidade diferida: €100.000. Termos mensais normais a crescerem mensalmente em progressão aritmética. Período de diferimento 2 anos. Taxa de juro efetiva mensal 1,2%. Valor do 1.º termo €50.

- a) Determine o valor do crescimento mensal. **[€18,57]**

EXERCÍCIO 2.19

Renda de 60 termos bimestrais, imediatos, normais e constantes de €200 cada. Taxa de juro bimestral efetiva 2,1%.

- a) Determine o momento em que a renda vale €12.926,09. **[31.º bimestre]**

EXERCÍCIO 2.20

Renda diferida de 24 termos normais e trimestrais que crescem trimestralmente €30. Prazo de diferimento: 2 anos. Taxas de juro efetivas trimestrais 1,8% (nos primeiros 2 anos) e 2,5% (nos anos seguintes). Valor do 1.º termo: €400.

- a) Determine o valor atual da renda. **[€11.004,94]**

EXERCÍCIO 2.21

Renda de 72 termos imediatos, antecipados e mensais que decrescem mensalmente 0,8%. Taxa de juro efetiva mensal 1%. Valor do 1.º termo: €900.

- a) Determine o valor acumulado da renda (reportado ao final do 72.º mês). **[€75.056]**

EXERCÍCIO 2.22

Valor atual de uma perpetuidade imediata: €50.000. Termos semestrais normais que crescem semestralmente 2%. Valor do 1.º termo: €1.000.

- a) Determine a taxa de juro efetiva mensal. **[0,656%]**

EXERCÍCIO 2.23

Perpetuidade de termos semestrais, imediatos e normais que crescem semestralmente 2%. Valor do 1.º termo €200. Taxas de juro semestrais efetivas 2% (nos primeiros 10 anos) e 2,75% (nos anos seguintes).

- a) Determine o valor atual da perpetuidade. **[€30.588,24]**

EXERCÍCIO 2.24

Considere um crédito com as seguintes características:

- Pagamentos trimestrais antecipados;
- Prazo: 7 anos;
- Taxa de juro anual nominal, com capitalizações trimestrais: 8%;
- Cada trimestralidade diminui €20 em relação à anterior;
- O valor da 5.ª trimestralidade é igual a €2.500.

- a) Determine o valor inicial do crédito. **[€50.701,04]**

EXERCÍCIO 2.25

Empréstimo de €17.000 por 10 anos nas seguintes condições:

- Nos primeiros 12 meses pagamento de uma mensalidade constante postecipada;
- No restante prazo, os pagamentos serão feitos através de semestralidades em progressão aritmética de razão €150, sendo a primeira igual a €500 com vencimento 18 meses após a data de contratação do empréstimo;
- A taxa de juro nominal anual com capitalizações semestrais é de 15%.

a) Determine o valor da mensalidade constante. **[€403,19]**

EXERCÍCIO 2.26

Um crédito no valor de €20.000 foi concedido nas seguintes condições:

- Prazo: 20 anos.
- Vencimento do primeiro pagamento 1 trimestre após a concessão do crédito.
- Pagamento trimestral constante durante os 6 anos iniciais: €500.
- Valor do pagamento trimestral constante nos 6 anos seguintes: €750.
- Taxa de juro trimestral efetiva nos primeiros 15 anos: 2%.
- Taxa de juro trimestral efetiva para o prazo remanescente: 2,75%.

a) Calcule o valor nominal dos pagamentos trimestrais constantes nos últimos 8 anos do crédito. **[€197,47]**

EXERCÍCIO 2.27

Considere a seguinte mensagem publicitária:

Crédito Pessoal a 5 anos

**Mensalidade de apenas €9 por cada
€500 de empréstimo***

* Pagamento de 14 mensalidades postecipadas por ano, realizando-se as 2 mensalidades adicionais no fim de Junho e no fim de Dezembro.

a) Considerando um crédito contraído no início de Janeiro, e sabendo que existe uma alternativa com uma taxa de juro anual efetiva de 8%, identifique a melhor opção do ponto de vista financeiro. **[A alternativa]**

EXERCÍCIO 2.28

Considere o seguinte crédito à construção:

- 20 recebimentos trimestrais que crescem trimestralmente €10.
- 20 pagamentos trimestrais que crescem trimestralmente 10%.
- O primeiro pagamento ocorre 6 anos após o primeiro recebimento.
- O valor do primeiro pagamento é igual ao valor do primeiro recebimento.
- Taxa de juro trimestral efetiva: 2,5%.

a) Calcule os valores nominais do 8.º recebimento e do 15.º pagamento. **[€255,30; €703,68]**

EXERCÍCIO 2.29

Um empréstimo de €300.000 foi contraído nas seguintes condições:

- Nos primeiros 12 anos: reembolso do capital e juros através de pagamentos mensais constantes postecipados a crescerem semestralmente €50;
- Nos 8 anos seguintes: reembolso do capital e juros através de pagamentos mensais constantes postecipados a decrescerem semestralmente 2%;
- Taxa de juro efetiva semestral 6%;
- O valor pago no final do 1.º mês é igual ao valor pago no final do 145.º mês.

a) Calcule os valores do 50.º e do 180.º pagamento. **[€3.332,31; €2,650,57]**

EXERCÍCIO 2.30

Substituição de uma perpetuidade com termos mensais imediatos antecipados que crescem mensalmente 0,5% com o 1.º termo igual a €100, por uma perpetuidade de termos bimestrais que crescem bimestralmente €2, com o 1.º termo a vencer daqui a 10 anos. Taxa de juro mensal efetiva de 1%.

a) Qual é o valor do 1.º termo da 2.ª renda? **[€1.214,12]**

EXERCÍCIO 2.31

Aquisição de um bem com um preço de €25.000. Entrada inicial de 15% e pagamento de prestações mensais constantes. A 1.ª prestação vence seis meses após a aquisição. Taxa de juro anual nominal (com capitalizações mensais) 12,6%. Prazo: 6 anos.

- a) Qual é o valor de cada mensalidade? **[€467,06]**
 b) Qual é o valor em dívida no início do 4.º ano? **[€13.941,52]**

EXERCÍCIO 2.32

Perpetuidade diferida de termos trimestrais, antecipados e constantes de €45 cada. Período de diferimento 3 anos. Taxas de juro trimestrais efetivas 1,9% (até ao fim do 3.º ano), 2,1% (nos 5 anos seguintes) e 2,3% (no prazo restante).

- a) Qual é o valor atual da renda? [**€1.647,43**]
- b) Qual é o valor da renda daqui a 2 anos? [**€1.915,14**]
- c) Qual é o valor da renda no momento em que vence o 10.º termo? [**€2.489,60**]

EXERCÍCIO 2.33

Substituição de dois títulos de dívida, o 1.º de €18.000 com vencimento daqui a 6 meses e o 2.º de €30.000 com vencimento daqui a um ano, por um pagamento de €2.300 a realizar hoje e um conjunto de 16 prestações quadrimestrais que decrescem quadrimestralmente 2% com a 1.ª a vencer daqui a 1 mês. Taxa de juro quadrimestral efetiva de 2,3%.

- a) Qual é o valor nominal da última prestação? [**€2.708,92**]

EXERCÍCIO 2.34

Substituição de uma perpetuidade imediata com termos semestrais antecipados que crescem semestralmente €2, com o 1.º termo igual a €120, por uma renda de 40 termos trimestrais que decrescem trimestralmente €2, com o 1.º termo a vencer daqui a 9 meses. Taxa de juro trimestral efetiva de 2%.

- a) Qual é o valor do último termo da 2.ª renda? [**€121,80**]

EXERCÍCIO 2.35

Um empréstimo de €35.000 foi contraído nas seguintes condições:

- Prazo: 20 anos
- Amortização do empréstimo nos seguintes termos:
- Pagamentos mensais constantes, imediatos e postecipados, que crescem anualmente à razão de 1,07.
- Pagamentos anuais que crescem €500 de ano para ano, ocorrendo o primeiro um ano após o início do empréstimo
- Taxa de juro anual efetiva de 10%
- O valor do primeiro pagamento anual é 3 vezes maior que o valor do primeiro pagamento mensal.

- a) Determine o valor do primeiro pagamento anual. [**€107,77**]

EXERCÍCIO 2.36

Considere o empréstimo com as características seguintes:

- Prazo: 15 anos;
- Taxa de juro nominal anual: 8% com capitalizações semestrais;
- Pagamentos mensais constantes a crescerem semestralmente 4%;
- Valor do primeiro pagamento: €568,3771, com vencimento um mês após a contratação do empréstimo;

a) Determine o valor do empréstimo. **[€100.000]**

EXERCÍCIO 2.37

Um empréstimo no valor de €100.000 foi contraído nas seguintes condições:

- Reembolso de capital e juros através de uma perpetuidade trimestral.
- Pagamentos trimestrais constantes, a crescer (em progressão geométrica) de 4 em 4 anos.
- Primeiro pagamento, no valor de €617,3045 com vencimento na data do empréstimo.
- Taxa de juro trimestral efetiva: 3,5%.

a) Determine a taxa de crescimento dos pagamentos. **[60%]**

EXERCÍCIO 2.38

Determinado empréstimo, no valor de €100.000, foi contraído nas seguintes condições:

- Perpetuidade quadrimestral constante que cresce (em progressão aritmética) de três em três anos.
- Primeiro pagamento, no valor de €450, com vencimento um quadrimestre após o início do processo.
- Taxa de juro quadrimestral efetiva: 3,5%.

a) Determine o valor da razão da progressão aritmética. **[€8.420,47]**

EXERCÍCIO 2.39

Financiamento de €300.000. Pagamentos bimestrais imediatos antecipados. Os primeiros 80 pagamentos são constantes (dentro de cada semestre) e crescem semestralmente 6,1208%. Os 60 pagamentos seguintes crescem bimestralmente 2%. Taxa de juro efetiva bimestral 2%. O valor do 1.º pagamento é igual ao valor do 81.º pagamento.

- a) Qual é o valor do 1.º pagamento? [€3.305,15]
- b) Qual é o valor do 51.º pagamento? [€8.550,64]
- c) Qual é o valor do 123.º pagamento? [€7.592,73]

EXERCÍCIO 2.40

Valor atual de uma perpetuidade €300.000. Termos trimestrais, imediatos, antecipados e constantes (dentro de cada triénio) que crescem trienalmente €10. Taxa de juro efetiva trimestral 1,5%.

- a) Qual é o valor do 500.º termo da renda? [€4.792,38]

EXERCÍCIO 2.41

Renda diferida com 50 termos quadrimestrais, antecipados e constantes de €175 cada. Período de diferimento 5 anos. Taxas de juro quadrimestrais efetivas 3,1% (até ao fim do 5.º ano), 2,4% (nos 3 anos seguintes) e 2% (no prazo restante).

- a) Qual é o valor atual da renda? [€3.443,54]

EXERCÍCIO 2.42

Considere um financiamento de €100.000 nas seguintes condições:

- Pagamentos mensais imediatos antecipados;
- Os primeiros 120 pagamentos crescem mensalmente 1%;
- Os 180 pagamentos seguintes são constantes (dentro de cada trimestre) e crescem trimestralmente 3,0301%;
- Taxa de juro efetiva mensal 1%;
- O valor do 1.º pagamento é igual ao valor do 121.º pagamento.

- a) Calcule os valores do 81.º e do 253.º pagamento? [€1.273,97; €2.137,32]

EXERCÍCIO 2.43

Perpetuidade de termos anuais imediatos, normais que crescem anualmente €4. Valor do 20.º termo: €500. Taxas de juro anuais efetivas 4,1% (nos primeiros 25 anos) e 3,6% (nos anos seguintes).

- a) Qual o valor da perpetuidade no momento em que vence o 60.º termo? **[€128.337,31]**

EXERCÍCIO 2.44

Considere um empréstimo de €75.000 à taxa de juro efetiva mensal de 1,5% a ser liquidado em 180 mensalidades normais que crescem mensalmente €15 e prazo de diferimento de 18 meses.

- a) Calcule o capital em dívida logo após o pagamento da 74.ª mensalidade. **[€130.920,28]**
b) Se, logo após o pagamento da 74.ª mensalidade, se pretender alterar o crescimento mensal para €6, determine o novo valor da 125.ª mensalidade. **[€2.539,75]**

EXERCÍCIO 2.45

Conta-poupança à taxa de juro quadrimestral efetiva de 2%. Entregas quadrimestrais constantes (dentro de cada ano) crescendo anualmente 6,1208%. Valor da 1ª entrega €100.

- a) Determine o saldo da conta-poupança logo após a 68.ª entrega. **[€25.136,40]**

EXERCÍCIO 2.46

Um empréstimo no valor de €30.000 à taxa de juro anual nominal de 16%, com capitalizações mensais, deve ser reembolsado de acordo com as seguintes condições:

- Amortização em 84 mensalidades constantes, vencendo-se a primeira 2 anos após o início do empréstimo.
- A taxa de juro é revista quando faltarem 4 anos para o fim do empréstimo, imediatamente após o pagamento da mensalidade

- a) Qual o valor das mensalidades inicialmente fixadas sem revisão da taxa? **[€808,07]**
b) No momento de revisão da taxa, fez-se uma alteração para uma taxa de juro anual nominal de 18% com capitalizações mensais. Qual o valor das novas mensalidades constantes, mas mantendo o valor das mensalidades até à mudança da taxa? **[€837,57]**
c) Sendo mantido o valor inicial das mensalidades, mas introduzindo a alteração da taxa, que reflexos haveria sobre o prazo do empréstimo? **[Fazem-se mais dois ou três pagamentos]**

EXERCÍCIO 2.47

Considere o seguinte crédito à construção:

- Recebimentos de acordo com o seguinte plano:
 - 1.º e 2.º ano - mensalidades postecipadas de €2.000
 - 3.º ano - não houve recebimentos
 - 4.º e 5.º ano - mensalidades postecipadas constantes
- Pagamentos de acordo com o seguinte plano:
 - 6.º ao 15.º ano - bimestralidades (2 em 2 meses) postecipadas de €5.000
 - 16.º ao 30.º ano - mensalidades postecipadas de €5.000
 - Taxa de juro anual nominal com capitalizações mensais: 12%.

- a) Calcule o valor de cada recebimento durante o 4.º e o 5.º ano. **[€8.246,21]**
- b) Determine o capital em dívida logo após o último pagamento do 14.º ano. **[€397.716,44]**
- c) Admitindo uma nova taxa de juro efetiva mensal de 0,9% a partir do início do 15.º ano e sendo mantido o valor inicial dos pagamentos, que reflexos haveria sobre o prazo do empréstimo? **[Reduzir-se-ia em 30 ou em 29 mensalidades]**

EXERCÍCIO 2.48

Determinado crédito foi concedido nas seguintes condições:

- 30 recebimentos bimestrais (de 2 em 2 meses) constantes a crescer anualmente 9%. Primeiro recebimento, de €10.000, 2 meses após o início do contrato.
- 60 pagamentos trimestrais constantes a decrescer anualmente 9%. Primeiro pagamento vence 6 anos após o início do contrato.
- Taxa de juro anual efetiva: 9%.

- a) Calcule o valor do 1.º pagamento. **[€21.860,47]**

EXERCÍCIO 2.49

Considere as seguintes entregas mensais numa conta-poupança:

- As primeiras 120 são constantes e crescem quadrimestralmente €80;
- As 66 seguintes são constantes e crescem quadrimestralmente 5%;
- O valor da 1.ª entrega (€500) é igual ao valor da 121.ª entrega.

- a) Admitindo uma taxa de juro efetiva mensal de 1%, calcule o saldo da conta-poupança logo após a 186.ª entrega. **[€699.668,06]**

EXERCÍCIO 2.50

Um empréstimo à construção contemplava as seguintes condições:

- 16 recebimentos trimestrais constantes, crescendo anualmente €5.000, realizando-se o primeiro 3 meses após o início do contrato;
- O pagamento do empréstimo realiza-se através de 360 pagamentos mensais constantes, no valor de €5.635,102, realizando-se o primeiro 5 anos após o primeiro recebimento.

- a) Considerando uma taxa anual efetiva de 7% durante o prazo do empréstimo, determine o valor do primeiro recebimento. [**€36.831.57**]

EXERCÍCIO 3.01



Uma empresa solicitou um empréstimo de €600.000 nas seguintes condições:

- Prazo: 4 anos.
- Reembolso da totalidade do capital no final do prazo do empréstimo.
- Pagamento semestral antecipado dos juros à taxa de juro nominal anual de 24%, com capitalizações semestrais.

a) Calcule os juros semestrais a pagar pela empresa. [€64.285,71]

EXERCÍCIO 3.02



Empréstimo pelo prazo de 17 anos. Pagamento de juros de uma só vez no fim do 10.º ano, no valor de €6.000. Taxa de juro anual efetiva de 9%.

a) Reembolso único de capital no fim do prazo? [€3.296,11]

EXERCÍCIO 3.03



Uma empresa contraiu um empréstimo, no valor de €660.810, nas seguintes condições:

- Prazo: 10 anos
- Taxa de juro anual efetiva: 8%
- O juro será pago totalmente na data de contratação do empréstimo.
- O reembolso far-se-á através de parcelas mensais que diminuam mensalmente 2%, sendo o valor da 1ª igual a €14.500, e o seu vencimento 1 mês após a data do empréstimo.

a) Calcule o valor do juro a pagar. [€134.770,17]

EXERCÍCIO 3.04

Considere um empréstimo com o seguinte plano de amortização:

- O juro seria pago na totalidade, numa prestação única 24 meses após a contratação do empréstimo;
- O capital seria reembolsado através de 18 parcelas mensais, no montante de €1.000, vencendo-se a primeira 7 meses após a data de contratação do empréstimo.

- a) Considerando uma taxa de juro nominal anual de 18% com capitalizações mensais, determine o valor do juro a pagar. [**€5.241,67**]

EXERCÍCIO 3.05

Empréstimo no valor de €35.000. Prazo: 45 anos. Amortização de uma só vez no fim do prazo. Taxa de juro anual efetiva 8%. Plena propriedade no final do 27.º ano de €279.582,1514.

- a) Taxa de avaliação anual? [**8%**]

EXERCÍCIO 3.06

Considere um empréstimo de €24.000 com as seguintes características:

- Taxa de juro efetiva trimestral 1,5%
- Vencimento trimestral de juros
- Prazo 16 anos
- Carência de capital nos primeiros 4 anos (pagamento do juro vencido)
- Posteriormente, pagamentos no final de cada trimestre que crescem trimestralmente €10

- a) Valor da parcela de reembolso incluída no 17.º pagamento? [**€138,33**]
b) Valor do capital em dívida logo após o 45.º pagamento? [**€14.354,38**]
c) Valor da parcela de juro incluída no último pagamento? [**€14,31**]

EXERCÍCIO 3.07

Empréstimo a 5 anos com reembolsos de capital imediatos, constantes, trimestrais e normais no valor de €2.000 cada e pagamento único de juros no final do 2.º ano. Taxa de juro efetiva trimestral 2,5%.

- a) Valor do juro a pagar? [**€10.748,35**]

EXERCÍCIO 3.08

Empréstimo no valor de €75.000. Prazo: 12 anos. Reembolso do capital de uma só vez no final do prazo. Pagamentos imediatos, normais, semestrais e constantes de juros. Taxa de juro semestral efetiva 6%. Taxa de avaliação semestral efetiva 4%.

- a) Plena propriedade no início do 17.º semestre? **[€85.099,12]**

EXERCÍCIO 3.09

Empréstimo reembolsável através de 96 pagamentos imediatos, mensais, normais e constantes de €620 cada. Taxa de juro mensal efetiva 0,4%.

- a) Parcela de juro incluída no 54.º pagamento? **[€97,79]**

EXERCÍCIO 3.10

Empréstimo com prazo de 5 anos. Taxa efetiva anual 5%. Taxa de avaliação anual 7%. Juro constante igual a €350 a pagar no final de cada ano.

- a) Qual é a plena propriedade no final do 3.º ano? **[€6.746,88]**

EXERCÍCIO 3.11

Empréstimo com prazo de 40 semestres. Taxa efetiva semestral de 4%. Parcelas de reembolso de capital a crescerem semestralmente €25. Pagamentos no fim de cada semestre. Valor da primeira parcela: €150.

- a) Valor do juro a pagar no final do 11.º ano? **[€684]**

EXERCÍCIO 3.12

Empréstimo de €300.000. Serviço de dívida imediato, semestral, normal e variável que inclui parcelas de reembolso que crescem semestralmente €40. Prazo: 30 anos. Taxa de juro efetiva semestral 4,8%.

- a) Valor do 1.º pagamento? **[€18.220]**

EXERCÍCIO 3.13

Empréstimo a 4 anos de €12.000. Reembolso de capital no final do prazo e pagamento de juros no valor de €3.498,90 a pagar na data do contrato.

- a) Taxa de juro efetiva anual? **[9%]**

EXERCÍCIO 3.14

Empréstimo no valor de €75.000. Prazo: 12 anos. Reembolso do capital de uma só vez no final do prazo. Pagamentos imediatos, normais, semestrais e constantes de juros. Taxa de juro semestral efetiva 6%. Taxa de avaliação semestral efetiva 4%.

- a) Plena propriedade no início do 17.º semestre? **[€85.099,12]**

EXERCÍCIO 3.15

Empréstimo amortizável por serviço de dívida mensal constante. Termo mensal de €100. Taxa de juro mensal efetiva de 0,9%.

- a) Preencha a última linha do quadro de serviço da dívida. **[$k=n$; $C_{n-1}=€99,11$; $j_n=€0,89$; $m_n=€99,11$; $P_n=€100$; $C_n=€0$]**

EXERCÍCIO 3.16

Empréstimo pelo prazo de 15 anos. Juros pagos de uma só vez no fim do 10.º ano. Diferença entre valor inicial do empréstimo e valor nominal dos juros é de €2.000. Taxa de juro anual efetiva de 5%.

- a) Reembolso único de capital no fim do prazo? **[€12.933,97]**

EXERCÍCIO 3.17

Empréstimo de €50.100 com reembolso de capital no final do prazo e pagamentos de juros mensais constantes antecipados. Taxa de juro efetiva mensal 0,2%. Prazo: 3 anos.

- a) Valor do juro mensal a pagar? **[€100]**

EXERCÍCIO 3.18

Empréstimo com reembolsos de capital semestrais constantes postecipados e pagamento único de juros de €34.000 no final do prazo (22.º semestre). Taxa de juro efetiva semestral 6,5%.

- a) Valor de cada parcela de reembolso? **[€812,94]**

EXERCÍCIO 3.19

Empréstimo a 180 dias com reembolsos constantes postecipados de 20 em 20 dias no valor de €1.000 cada e pagamento único de juros no início do prazo. Taxa de juro efetiva para 20 dias 0,75%.

- a) Valor do juro a pagar? **[€328,42]**

EXERCÍCIO 3.20

Empréstimo a 20 anos com pagamento único de capital e juros no final do prazo. Taxa efetiva anual de 7%. Taxa de avaliação anual 10%. Plena propriedade no final do 9.º ano €100.000.

- a) Qual o valor inicial do empréstimo? **[€73.729,96]**

EXERCÍCIO 3.21

Empréstimo de €180.000 reembolsável através de parcelas de reembolso trimestrais postecipadas que crescem trimestralmente €50. Prazo: 12 anos. Taxa de juro trimestral efetiva 2,5%. Pagamento único de juros no final do prazo.

- a) Valor da 1.ª parcela de reembolso? **[€2.575]**
b) Valor do juro a pagar? **[€269.185,53]**

EXERCÍCIO 3.22

Empréstimo com serviço de dívida semestral postecipado variável e parcelas de reembolso constantes. Valor de cada parcela de reembolso €10.000. Valor do 31.º pagamento €14.800. Taxa de juro efetiva semestral 4,8%.

- a) Valor do 1.º pagamento? **[€29.200]**

EXERCÍCIO 3.23

Empréstimo amortizável através de termos mensais variáveis. Último termo mensal de €505. Capital em dívida no início do penúltimo mês €900. Taxa de juro mensal efetiva de 1%.

- a) Preencha as duas últimas linhas do quadro de serviço da dívida. [$k=n-1$; $C_{n-2}=€900$; $j_{n-1}=€9$; $m_{n-1}=€400$; $P_{n-1}=€409$; $C_{n-1}=€500$ e $k=n$; $C_n=€500$; $j_n=€5$; $m_n=€500$; $P_n=€505$; $C_n=€0$]

EXERCÍCIO 3.24

Empréstimo de €25.000 com prazo de 10 anos. Pagamento único no final do prazo. O valor dos juros a entregar no final é de €34.184,09. Taxa de avaliação anual 7%.

- a) Plena propriedade no final do 6.º ano? **[€45.151,26]**

EXERCÍCIO 3.25

Empréstimo de €42.000. Pagamentos no valor de €28.882,82 no final do 5.º mês e de €22.495,73 no final do 7.º mês. Taxa de avaliação mensal 4,25%.

- a) Plena propriedade no fim do 3.º mês? **[€45.621,52]**

EXERCÍCIO 3.26

Empréstimo no valor de €35.000. Prazo: 30 semestres. Reembolso do capital de uma só vez no final do prazo. Pagamentos postecipados semestrais constantes de juros. Taxa de juro semestral efetiva 6%. Taxa de avaliação semestral de 9%.

- a) Plena propriedade no final do 16.º semestre? **[€26.824,54]**

EXERCÍCIO 3.27

Considere um empréstimo nas seguintes condições:

- Prazo: 10 anos.
- Taxa de juro anual efetiva: 8%.
- O juro será pago totalmente no final do prazo do empréstimo.
- O reembolso do capital far-se-á através de parcelas mensais normais que diminuam mensalmente 2%, sendo o valor da 48.^a igual a €2.166.

a) Calcule o valor inicial do empréstimo. **[€255.118,25]**

EXERCÍCIO 3.28

Empréstimo de €186.615 com parcelas de reembolso quadrimestrais postecipadas em progressão aritmética decrescente de razão €15. Prazo 13 anos. Valor da última parcela de reembolso €4.500. Pagamento único de juros no início do prazo. Taxa de juro efetiva quadrimestral 4,1%.

a) Valor do juro a pagar? **[€92.842,31]**

EXERCÍCIO 3.29

Empréstimo a 12 meses, com reembolsos de capital no valor de €30.000 no final do 5.^o mês e de €25.000 no final do 12.^o mês. Pagamento único de juros no início do prazo. Taxa de juro mensal efetiva de 2%.

a) Valor dos juros a entregar no início? **[€8.115,75]**

EXERCÍCIO 3.30

Considere um empréstimo dividido em duas tranches, em regime de juro composto, nas seguintes condições:

- 1.^a tranche de €35.000 (recebida hoje).
- 2.^a tranche (a receber dentro de um ano).
- Taxa de juro de 5% ao ano.
- Devolução do capital em dívida em duas prestações (que incluem capital e juros) no valor de €27.000 e €32.000, a vencerem de hoje a dois e três anos, respetivamente.

a) Calcule o valor nominal da segunda tranche a receber. **[€17.989,23]**

EXERCÍCIO 3.31

Empréstimo de €150.000 reembolsável através de parcelas de reembolso trimestrais postecipadas que crescem em progressão aritmética de razão €90. Prazo: 12 anos. Taxa de juro trimestral 2,5%. Pagamento único de juros no final do prazo.

- a) Valor da 1.^a parcela de reembolso? **[€1.010]**

EXERCÍCIO 3.32

Considere as seguintes informações sobre um empréstimo:

- Prazo: 25 anos.
- Taxa de juro efetiva mensal: 0,7%.
- Serviço de dívida mensal: constante nos primeiros 12 anos e variável com parcelas de reembolso em progressão aritmética de razão igual a €5,00 nos 13 anos seguintes.
- O valor da parcela de reembolso incluída na 8.^a mensalidade é de €105,0041.
- O capital em dívida no início do 20.^o ano é de €72.940,814.

- a) Determinar o valor inicial do empréstimo. **[€150.000]**

EXERCÍCIO 3.33

Uma empresa pediu um crédito nas seguintes condições:

- Montante: €6.000
- Prazo: 6 anos
- Taxa de juro anual efetiva: 14%
- Pagamento de juros: único no final do prazo do empréstimo
- Reembolso do capital: parcelas anuais constantes e antecipadas

- a) Calcule o valor do juro a pagar pela empresa. **[€3.439,34]**

EXERCÍCIO 3.34

Determinada empresa contraiu um empréstimo no montante de €20.000 nas seguintes condições:

- Prazo de 10 anos.
- Taxa nominal anual de 15%, com capitalizações mensais.
- Pagamentos mensais constantes e postecipados, sendo o primeiro um mês após o início do empréstimo.
- Revisão da taxa 4 anos após o início do empréstimo.

- a) Qual o montante da prestação? **[€322,67]**
- b) Assumindo que a taxa foi revista para 12% (anual nominal), qual o efeito sobre o prazo do empréstimo, se quiséssemos manter os valores das mensalidades (admita um pagamento residual um mês após a última mensalidade constante). **[Redução de 7 mensalidades]**
- c) Calcule a plena propriedade quando faltam 3 anos para o final do novo prazo do empréstimo (calculado na alínea anterior), assumindo a taxa de avaliação mensal efetiva de 0,75%. **[€9.989,63]**

EXERCÍCIO 3.35

Considere um empréstimo com as seguintes características:

- Pagamentos mensais variáveis, ocorrendo o primeiro 1 ano e 6 meses após o início do empréstimo.
- Prazo: 12 anos.
- Taxa anual nominal com capitalizações mensais de 18%.
- Cada mensalidade diminui 0,1% em relação à anterior.
- O valor da 35.^a mensalidade é de €1.933,11.

- a) Determine o juro incluído na 70.^a mensalidade. **[€1.053,64]**

EXERCÍCIO 3.36

Determinada empresa conseguiu um empréstimo com as seguintes condições:

- Capital emprestado: €164.563,15;
- Taxa de juro efetiva anual: 10%;
- Prazo: 20 anos;
- Os pagamentos serão realizados através de uma renda trimestral normal, onde os pagamentos são constantes ao longo de cada ano, crescendo à razão anual de 1,11;
- O primeiro pagamento será efetuado 3 meses após a data de contratação do empréstimo.

- a) Calcule o valor do primeiro pagamento. **[€2.000]**
- b) Qual o valor da parcela de juro incluída no 9.^o pagamento? **[€4.359,55]**

EXERCÍCIO 3.37

Uma empresa contratou um crédito nas seguintes condições:

- Prazo: 5 anos;
- Pagamentos através de uma renda de termos mensais, constantes e normais;
- Taxa de juro nominal anual: 12% com capitalizações mensais
- A parcela de reembolso incluída no 25.º termo é igual a €3.886,8

Sabe-se que após 3,5 anos o crédito foi avaliado, utilizando uma taxa de 1,5% mensal.

- a) Determine a plena propriedade. **[€87.156,87]**

EXERCÍCIO 3.38

Empréstimo com o seguinte serviço de dívida imediato mensal normal: constante (nos primeiros 15 anos) e variável com parcelas de reembolso constantes (nos 15 anos seguintes). O valor da 1.ª parcela de reembolso (€1.000) é igual ao valor da 181.ª parcela de reembolso. Taxa de juro mensal efetiva 0,5%.

- a) Capital em dívida após o pagamento da 180.ª mensalidade? **[€180.000]**

EXERCÍCIO 3.39

Empréstimo com o seguinte serviço de dívida mensal imediato normal: variável com parcelas de reembolso constantes (nos primeiros 5 anos), variável com parcelas de reembolso que crescem mensalmente €5 (nos 10 anos seguintes) e constante (nos últimos 15 anos). O valor da 1.ª parcela de reembolso (€200) é igual ao valor da 61.ª parcela de reembolso e igual ao valor da 181.ª parcela de reembolso. Taxa de juro mensal efetiva 0,4%. Taxa de avaliação efetiva mensal 0,1%.

- a) Capital em dívida logo após o pagamento da 40.ª mensalidade? **[€116.274,24]**

EXERCÍCIO 3.40

Empréstimo de €60.000. Período de diferimento nos primeiros 10 anos e período de carência nos 5 anos seguintes. Nos últimos 15 anos os pagamentos são mensais normais e decrescem mensalmente 0,1%. Taxa de juro mensal efetiva 1,1%.

- a) Valor do último pagamento? **[€2.532,33]**
b) Parcela de juro incluída no último pagamento? **[€27,55]**

EXERCÍCIO 3.41

Empréstimo de €450.000. Serviço de dívida mensal imediato normal variável com parcelas de reembolso constantes. Prazo: 10 anos. Taxa de juro efetiva mensal 1,1%. Taxa de avaliação efetiva mensal 1,5%.

- Valor do 77.º pagamento? [**€5.565**]
- Plena propriedade logo após o 76.º pagamento? [**€153.040,62**]

EXERCÍCIO 3.42

Considere o empréstimo seguinte:

- Capital inicial: €42.500.
- Pagamentos anuais, imediatos e postecipados.
- Parcelas de reembolso do capital a crescer 7,3293%.
- Valor da 1.ª parcela de reembolso de capital (m_1): €1.000
- O juro é pago na totalidade ao fim do 9.º ano.
- Taxa de juro anual efetiva de 7,3293%.

- Determine o valor do juro a pagar. [**€45.106,58**]

EXERCÍCIO 3.43

Empréstimo de €175.000 com o seguinte serviço de dívida: 70% do valor do empréstimo através de mensalidades (capital e juro) imediatas, constantes e postecipadas e o restante no fim do prazo. Prazo: 30 anos. Taxa de juro mensal efetiva: 0,8%.

- Valor da 190.ª parcela de reembolso? [**€265,99**]
- Última linha do mapa de serviço de dívida? [**$k=360$; $C_{359}=€53.530,75$; $j_{360}=€428,25$; $m_{360}=€53.530,75$; $P_{360}=€53.959$; $C_{360}=€0$]**

EXERCÍCIO 3.44

Determinada empresa conseguiu um empréstimo com as seguintes condições:

- Capital emprestado: €85.500;
- Taxa de juro efetiva trimestral: 2%;
- Prazo: 5 anos;
- Os pagamentos serão realizados através de uma renda trimestral imediata e postecipada, onde os pagamentos são constantes ao longo de cada trimestre, crescendo anualmente €50.
- Existe um valor residual de €750 a entregar no final do prazo.

- a) Calcule o valor nominal do 10.º pagamento. **[€5.205,93]**
- b) Qual o valor da parcela de juro incluída no pagamento a entregar no final do 10.º trimestre?
[€1.041,27]

EXERCÍCIO 3.45

Uma empresa solicitou um empréstimo, à taxa de juro anual efetiva de 15%, comprometendo-se ao pagamento de 40 prestações anuais normais de capital e juro, de €20.000 cada.

- a) Determine o juro a pagar no final do 23.º ano. **[€18.383,90]**

EXERCÍCIO 3.46

Um empréstimo de €320.000 foi contraído nas seguintes condições:

- Prazo do empréstimo: 240 meses.
- Taxa de juro mensal efetiva de 0,8%.
- Nos primeiros 7 anos: Serviço de dívida variável, com parcelas de reembolso de capital a crescer mensalmente €10.
- Nos 7 anos seguintes: Serviço de dívida constante.
- Últimos 6 anos: Serviço de dívida variável, com parcelas de reembolso constantes.
- O capital em dívida no final do 101.º mês é de €267.273,39.
- A parcela de reembolso incluída no 60.º pagamento é igual à parcela de reembolso incluída no 120.º pagamento.

Calcule, considerando uma taxa de avaliação mensal de 1%:

- a) A plena propriedade no fim do 100.º mês. **[€237.267,84]**

EXERCÍCIO 3.47

Relativamente a um empréstimo são conhecidas as seguintes informações:

- Prazo do empréstimo: 10 anos;
- Taxa de juro nominal anual com capitalizações semestrais: 16%;
- Pagamentos semestrais e postecipados, constantes ao longo de cada ano, crescendo anualmente €250;
- Juro incluído no último pagamento: €596,365.

- a) Determine o capital que foi inicialmente emprestado. **[€65.000,55]**
- b) Suponha que após o pagamento do 3.º semestre, a taxa foi alterada para 7,2% (efetiva semestral). Justifique com cálculos a alteração que teria de ocorrer neste momento, de forma a manter o valor e o número de semestralidades iniciais. **[Reforço de capital de €3.695,80]**

EXERCÍCIO 3.48

Um empréstimo de €600.000 foi contraído nas seguintes condições:

- Prazo do empréstimo: 240 meses (20 anos).
- Taxa de juro mensal efetiva de 1%.
- 14 anos iniciais: Serviço de dívida mensal variável postecipado, com parcelas de reembolso constantes.
- 6 anos seguintes: Serviço de dívida mensal constante postecipado.
- O valor do juro incluído na 191.ª mensalidade é de €2.023,01.

- a) Admitindo uma taxa de avaliação mensal de 5%, calcule a plena propriedade no final do 9.º ano. **[€109.621,65]**

EXERCÍCIO 3.49

Empréstimo com o seguinte serviço de dívida mensal normal: variável com parcelas de reembolso a decrescerem mensalmente €10 (nos primeiros 10 anos) e variável com parcelas de reembolso a decrescerem mensalmente 1% (nos 10 anos seguintes). O valor da 1.ª parcela de reembolso (€3.000) é igual ao valor da 121.ª parcela de reembolso. Taxa de juro mensal efetiva: 0,8%. Taxa de avaliação mensal efetiva 2%.

- a) Capital em dívida após o pagamento da 60.ª mensalidade? **[€336.485,88]**

EXERCÍCIO 3.50

Uma empresa contraiu um empréstimo no montante de €450.000. Este empréstimo foi contratado para um prazo de 8 anos, com uma taxa de juro nominal anual de 8%, com capitalizações trimestrais, efetuando-se o serviço da dívida nas seguintes condições:

- Pagamento de uma renda trimestral de €9.000, durante os primeiros 4 anos do empréstimo, vencendo-se o primeiro termo um trimestre após a data do contrato;
- Pagamento de 16 trimestralidades de termos variáveis, com parcelas de reembolso constantes, a ter início 17 trimestres após se ter contraído o empréstimo.

Calcule, imediatamente após o pagamento da 8.^a trimestralidade e sabendo que a avaliação efetuada considerou uma taxa anual efetiva de 10%, o valor da:

a) Plena propriedade. **[€425.357,71]**

EXERCÍCIO 4.01



Aplicação de €10.000 em Janeiro de N. O valor acumulado da aplicação em Janeiro de N+3 era de €12.250,43. As taxas de inflação anuais nos 3 anos da aplicação foram 5%; 4% e 3,5%, respetivamente.

- a) Qual o valor acumulado desta aplicação a preços de Janeiro de N? [**€10.838,98**]

EXERCÍCIO 4.02



Empréstimo de €15.000, por um prazo de 18 meses. O credor reteve para despesas de abertura do processo €250 e ficou acordado que receberá no fim do prazo a quantia de €18.000 para pagamento do capital e dos juros.

- a) Qual a taxa de custo efetiva anual deste financiamento? [**14,197%**]

EXERCÍCIO 4.03



Aplicação de €5.000. Taxa de juro anual nominal (a preços correntes) nula. Prazo: 2 anos. Taxa de inflação média anual -4,234%.

- a) Determine o valor acumulado real. [**€5.451,89**]

EXERCÍCIO 4.04



Uma pessoa concedeu um empréstimo a um amigo no valor de €35.000 pelo prazo de 2 anos, sendo os juros adicionados ao capital em dívida todos os trimestres a uma taxa de juro anual efetiva de 12%.

- a) Sabendo que as taxas de inflação foram de 0,2% no primeiro ano e de -0,5% no segundo ano, qual o valor real dos juros acumulados no fim do prazo. [**€9.036,55**]

EXERCÍCIO 4.05

Foram apresentadas a desconto quatro letras de igual valor nominal, com os seguintes vencimentos (em dias) e prémios de desconto (juros e outros encargos) cobrados pelo Banco.

Letra	Vencimento	Prémios de desconto
1. ^a	94	€65,97
2. ^a	186	€130,53
3. ^a	275	€192,99
4. ^a	367	€257,55

- a) Sabendo que a taxa de custo efetiva anual da operação é de 31,746%, determine o valor nominal de cada letra. **[€1.028,20]**

EXERCÍCIO 4.06

Uma empresa possui uma letra em carteira de valor nominal €15.000 com vencimento a 9 meses. Sabendo que a letra foi descontada no Banco A à taxa anual de 10% (desconto por fora) quando faltavam 8 meses para o seu vencimento:

- a) Determine o valor do desconto. **[€1.000]**
- b) Calcule a taxa de custo anual efetiva do desconto considerando que, para além do juro, foram ainda pagos outros encargos antecipados no valor de €500. **[17,121%]**

EXERCÍCIO 4.07

Considere um empréstimo dividido em duas parcelas nas seguintes condições:

- 1.^a parcela de €35.000 hoje.
- 2.^a parcela dentro de um ano.
- Despesas de 2% a deduzir ao valor de cada parcela.
- Serviço de dívida em duas prestações (capital e juros) no valor de €27.000 e €32.000, a vencerem daqui a dois e três anos, respetivamente.

- a) Sabendo que a taxa de custo efetivo anual é de 14,7956%, calcule o valor nominal da segunda parcela. **[€8.600,02]**

EXERCÍCIO 4.08

Uma aplicação de €10.000 em RJC durante um prazo de 3 anos resultou em €10.999,229 líquidos de impostos (com uma taxa de retenção de imposto de 25% e vencimento semestral dos juros).

- a) Calcule a taxa de juro anual efetiva líquida. **[3,226%]**
- b) Calcule a taxa de juro anual nominal bruta (com capitalizações semestrais). **[4,267%]**
- c) Calcule o valor dos encargos antecipados (a pagar no início da aplicação), considerando que a taxa de rentabilidade anual efetiva antes de impostos é de 3,5%. **[€237,27]**

EXERCÍCIO 4.09

Determinada empresa descontou um título de €25.000 com vencimento a 105 dias pelo desconto por fora à taxa anual de 7,8%, suportando ainda no momento do desconto encargos no montante de €450.

- a) Qual o valor do desconto (não considerando os encargos)? **[€560,96]**
- b) Qual a taxa de custo efetiva anual? **[€15,43%]**

EXERCÍCIO 4.10

Aplicação de €5.000. Taxa de juro anual efetiva nominal (a preços correntes) nula. Prazo: 2 anos. Valor acumulado real €5.450.

- a) Determine a taxa de inflação média anual. **[-4,217%]**

EXERCÍCIO 4.11

Taxa de juro anual bruta efetiva 5%. Taxa de retenção de imposto 25%. Vencimento trimestral dos juros.

- a) Determine a taxa de juro anual efetiva líquida. **[€3,733%]**

EXERCÍCIO 4.12

Empréstimo a receber em 2 partes: €3.000 de imediato e €4.000 daqui a 1 ano. Pagamento de €7.000 daqui a 2 anos. Taxa de custo efetiva anual de 7%.

- a) Determine o valor dos encargos postecipados. **[€714,70]**

EXERCÍCIO 4.13

Juro líquido trimestral de €25. Taxa de juro anual bruta efetiva 6%. Taxa de retenção de imposto 25%. Vencimento trimestral dos juros. Pagamento do juro no vencimento.

- a) Qual é o valor da aplicação? **[€2.271,62]**

EXERCÍCIO 4.14

Empréstimo a receber em 2 partes: €5.000 de imediato e €4.300 daqui a 1 ano. Pagamento de €11.900 daqui a 10 anos. Pagamento de encargos constantes no fim de cada ano. Taxa de custo efetiva anual de 7,2%.

- a) Determine o valor nominal dos encargos. **[€441,69]**

EXERCÍCIO 4.15

Aplicação de €8.000. Prazo: 2 anos. Taxas de juro anuais efetivas nominais (a preços correntes) de 4% no 1.º ano e 2,5% no 2.º ano. Taxas de inflação anuais de 6,6% no 1.º ano e 0% no 2.º ano.

- a) Determine o valor acumulado real (a preços constantes)? **[€8.000]**

EXERCÍCIO 4.16

Empréstimo a receber em 2 partes: €12.000 de imediato e €9.000 daqui a 2 anos. Pagamento de capital e juros daqui a 12 anos. Pagamento de encargos constantes no valor de €100 no início de cada ano. Taxa de custo efetiva anual de 9,2%.

- a) Qual o valor a pagar no final do prazo? **[€53.977,33]**

EXERCÍCIO 4.17

Aplicação em regime de retenção de juro sem capitalização dos mesmos, no valor de €5.000. Juro líquido quadrimestral de €20. Taxa de retenção de imposto 25%.

- a) Determine a taxa de juro anual bruta efetiva. **[1,602%]**

EXERCÍCIO 4.18

Aplicação de €28.000. Vencimento quadrimestral dos juros. Prazo: 2 anos. Recebimento acumulado líquido de impostos €30.000. Taxa de retenção na fonte de imposto sobre o rendimento 25%.

- a) Qual é a taxa de juro anual nominal bruta (com capitalizações quadrimestrais)? **[4,626%]**

EXERCÍCIO 4.19

Empréstimo de €60.000. Vencimento anual do juro. Taxas de juro anuais efetivas nominais (a preços correntes) 4,5% (no 1.º ano) e 5% (no 2.º ano). Prazo: 2 anos. Taxa de inflação média anual 2,75%.

- a) Determine o juro acumulado (a preços constantes)? **[€2.358,14]**

EXERCÍCIO 4.20

Empréstimo no valor de €200.000. Pagamentos imediatos, normais e constantes (de capital e juros) de 2 em 2 anos no valor de €45.000. Prazo: 16 anos. Pagamentos de despesas constantes no fim de cada ano. Taxa de custo efetivo anual de 10%.

- a) Qual o valor nominal das despesas anuais? **[€4.134,75]**

EXERCÍCIO 4.21

Empréstimo no valor de €40.000. Prazo: 6 anos. Serviço de dívida (capital e juros) de uma só vez no fim do prazo. Taxas de juro quadrimestrais efetivas: 3,5% (nos primeiros 4 anos) e 2,5% (nos restantes). Oferta de um computador ao devedor no momento do contrato. Despesas de gestão do crédito quadrimestrais normais de €50. Taxa de custo efetivo quadrimestral 3%.

- a) Valor do juro a pagar no final do prazo? **[€30.095,06]**
b) Valor atual do computador? **[€1.861,13]**

EXERCÍCIO 4.22

Depósito inicial €35.000. Levantamento de €11.000 no final do 2.º ano. Reforço de capital de €21.500 no fim do 2.º trimestre do 4.º ano. Prazo: 7 anos. Taxas de juro efetivas brutas trimestrais de 3% (nos primeiros 3

anos) e 4% (nos restantes). Taxa de retenção na fonte de imposto sobre o rendimento 25%. Vencimento trimestral de juro. Recebimento do juro líquido no vencimento.

- a) Valor do juro vencido no final do 3.º ano? **[€720]**
- b) Valor do imposto retido na fonte no final do 14.º trimestre? **[€240]**
- c) Valor a receber no final do prazo? **[€46.865]**

EXERCÍCIO 4.23



Aplicação de €22.000. Taxa de juro mensal bruta efetiva de 1,2%. Vencimento mensal do juro. Taxa de retenção na fonte de imposto sobre o rendimento 25%. Recebimento de 60% do juro líquido no vencimento. Prazo: 4 anos.

- a) Valor do juro vencido no final do 5.º mês do 4.º ano? **[€304,81]**
- b) Valor a receber no final do 5.º mês do 4.º ano? **[€137,16]**

EXERCÍCIO 4.24



Uma empresa vendedora de mobiliário realizou uma campanha publicitária que referia um pagamento de 12 mensalidades constantes normais, sem juros. O Sr. MF adquiriu um sofá nas seguintes condições:

- Valor de aquisição €600;
- Pagamento de €50, na data de aquisição do sofá, relativos a despesas de abertura do processo;

- a) Sabendo que a taxa de custo efetivo anual de mercado para este tipo de créditos é de 15%, acha que o Sr. MF deveria aceitar o crédito proposto pelo vendedor? **[Não]**

EXERCÍCIO 4.25



Considere uma aplicação de €12.000 em regime de juro composto, durante o prazo de 4 anos, com as seguintes características:

- Taxa de juro nominal anual bruta de 12%, com capitalizações trimestrais.
- Vencimento trimestral de juros.
- Taxa de retenção de imposto sobre o rendimento de 25%.

- a) Determine a taxa de juro anual efetiva líquida. **[9,308%]**
- b) Calcule o valor dos encargos antecipados, sabendo que a taxa de rentabilidade anual efetiva depois de impostos é de 9,27451%. **[€14,86]**
- c) Admitindo as taxas de inflação anuais de 3% para os dois anos iniciais, e 3,6% para os dois anos restantes, calcule o valor acumulado líquido da aplicação em termos reais. **[€15.045,28]**

EXERCÍCIO 4.26

Aplicação de €18.000. Prazo: 3 anos. Taxa de juro real média anual de 4%. Taxas de inflação anuais de 3,4% no 1.º ano, 3,8% no 2.º ano e 2,9% no 3.º ano.

- a) Valor acumulado a preços correntes? **[€22.361,75]**

EXERCÍCIO 4.27

Determinada empresa descontou um título de €28.000 com vencimento a 435 dias pelo desconto por dentro e obteve uma taxa de juro anual efetiva de 9,0616%.

- a) Calcule a taxa de juro semestral contratada? **[4,569%]**
b) Admitindo que foram pagos encargos antecipados no valor de €455 determine a taxa de custo efetivo anual da operação? **[10,738%]**

EXERCÍCIO 4.28

Foram depositados €5.000 durante 2 anos, tendo-se verificado durante esse período as taxas de inflação de 4,5% no 1.º ano e de 4% no 2.º ano. Sabe-se que o valor acumulado real obtido foi de €5.416,02.

- a) Qual a taxa de juro efetiva nominal anual deste depósito? **[€8,5%]**

EXERCÍCIO 4.29

Uma pessoa festeja no dia de hoje o aniversário dos seus três filhos que fazem 15, 13 e 6 anos. Como presente de aniversário decidiu fazer uma aplicação em regime de juro composto (com vencimento mensal de juros), de forma que cada um deles receba exatamente €20.000 no dia do seu 20.º aniversário.

- a) Sabendo que ele tenciona fazer dois depósitos de igual valor, hoje e daqui a 4 anos, que o banco lhe garante uma taxa nominal anual bruta de 12% com capitalizações mensais e que a taxa de retenção de imposto é de 25%, calcule o valor de cada depósito. **[€17.161,47]**

EXERCÍCIO 4.30

Empréstimo no valor de €180.000. Prazo: 2 anos. Reembolso do capital de uma só vez no final do prazo. Pagamento único de juros no início do prazo. Taxas de juro trimestrais efetivas: 1,9% no 1.º ano e 2,3% no 2.º ano. Encargos no final do prazo €200. Sabe-se também que a taxa de custo anual efetivo real é (-) 1,5%.

- a) Valor do juro a pagar? **[€27.569,02]**
- b) Taxa de inflação média anual? **[10,384%]**

EXERCÍCIO 4.31

Uma aplicação no valor de €5.000 foi contraída nas seguintes condições:

- Prazo: 2 anos.
- Taxas de juro anuais efetivas: 1,2% no 1.º ano, e 1,7% no 2.º ano.
- Taxa de inflação média anual de 2%.
- Retenção na fonte à taxa de 25%
- Encargos antecipados de €125 e postecipados de €350.
- Vencimento anual dos juros.

- a) Calcule a taxa de rentabilidade real líquida efetiva anual. **[-5,523%]**

EXERCÍCIO 4.32

Empréstimo no valor de €25.000. Pagamento de capital e juros daqui a 9 anos. Encargos antecipados de €100 e encargos postecipados de €200. Taxa de custo efetiva anual de 9,2%.

- a) Determine a taxa de juro efetiva anual. **[9,107%]**

EXERCÍCIO 4.33

Um empréstimo no valor de €5.000 foi contraído nas seguintes condições:

- Prazo: 2 anos.
- Taxas de juro anuais efetivas: 1,2% no 1.º ano, e 1,7% no 2.º ano.
- Taxas de inflação média anual de 2,75%.
- Pagamento do juro e devolução do empréstimo no final do prazo.

- a) Sabendo que a taxa de custo efetiva anual real é nula, calcule o valor dos encargos antecipados. **[€125,75]**

EXERCÍCIO 4.34

Depósito de €8.500. Reforço de capital de €2.500 no final do 2.º ano. Levantamento de capital de €1.500 no fim do 1.º trimestre do 4.º ano. Prazo 6 anos. Taxa de juro bruta efetiva anual: 3,8%. Taxa de retenção de imposto sobre o rendimento: 25%. Vencimento trimestral de juro.

- a) Qual é o valor acumulado no final do prazo? **[€11.231,47]**

EXERCÍCIO 4.35

Desconto por fora de um título de valor nominal €16.800 com vencimento a 95 dias. Taxa anual contratada 6,4%. Outros encargos antecipados (para além do juro) €275.

- a) Taxa de juro efetiva trimestral? **[€1,627%]**
 b) Taxa de custo efetiva anual? **[13,773]**

EXERCÍCIO 4.36

Empréstimo às taxas de juro efetivas mensais de 0,5% (no primeiro ano) e 0,8% (nos seguintes). Pagamento de capital e juros daqui a 3 anos. Encargos antecipados de 5% do valor do empréstimo. Encargos postecipados de 3% do valor final a pagar (capital e juros). Taxas de inflação anuais de 2,35% (nos primeiros 2 anos) e 3,15% (no 3.º ano).

- a) Taxa de juro anual efetiva real? **[5,958%]**
 b) Taxa de custo mensal efetiva nominal? **[0,926%]**

EXERCÍCIO 4.37

Considere uma aplicação de €25.000 em regime de juro composto, durante o prazo de 4 anos, com as seguintes características:

- Taxa de juro nominal anual bruta de 14%, com capitalizações trimestrais.
- Vencimento trimestral de juros.
- Taxa de retenção do imposto sobre o rendimento 25%.

- a) Determine a taxa de juro anual efetiva líquida. **[10,921%]**
 b) Admitindo taxas de inflação anuais de 4% para os dois anos iniciais, e 3,8% para os dois anos restantes, determine a taxa de juro real líquida média anual da aplicação. **[6,757%]**
 c) Admitindo as taxas de inflação da alínea anterior, calcule o valor dos encargos antecipados, sabendo que a taxa de rentabilidade anual real efetiva depois de impostos é de 6,5%. **[€242,42]**

EXERCÍCIO 4.38

Considere um empréstimo de €30.000 em regime de juro composto, durante o prazo de 4 anos, com as seguintes características:

- Taxa de juro anual nominal de 12%, com capitalizações de 4 em 4 anos.
- Pagamento de capital e juros no fim do prazo do empréstimo.

- Determine a taxa de juro anual efetiva. **[10,297%]**
- Admitindo as taxas de inflação anuais de 3,1%, 2,7%, 1,9% e 4%, respetivamente do 1.º ao 4.º ano, determine a taxa de juro anual efetiva real média do empréstimo. **[7,166%]**
- Admitindo as taxas de inflação da alínea anterior, calcule o valor dos encargos antecipados, sabendo que a taxa de custo anual real efetiva é de 7,8%. **[€699,75]**

EXERCÍCIO 4.39

Considere uma aplicação com as seguintes características:

- Prazo: 3 anos.
- Taxa de juro efetiva anual: 3,75%.
- Vencimento anual de juros.
- Retenção na fonte de imposto sobre o rendimento à taxa de 25%.
- Comissão de subscrição: 0,2% do valor inicial da aplicação.
- Comissão de resgate: 0,25% do valor líquido a reembolsar no final do prazo.

- Determine a taxa de rentabilidade anual efetiva líquida. **[2,658%]**

EXERCÍCIO 4.40

Aplicação à taxa de juro real anual de 2,5%. Prazo: 4 anos. Encargos antecipados de 0,3% do valor da aplicação. Encargos postecipados de 0,75% do valor acumulado da aplicação.

- Qual é a taxa de rentabilidade anual efetiva real? **[€2,231%]**

EXERCÍCIO 4.41

Empréstimo à taxa de juro efetiva anual de 2,5%. Prazo: 4 anos. Encargos antecipados de 0,3% do valor inicial do empréstimo. Encargos postecipados de 0,75% do valor final a reembolsar.

- Qual é a taxa de custo anual efetiva? **[2,769%]**

EXERCÍCIO 4.42

Aplicação à taxa de juro efetiva anual contratada de 3%. Vencimento anual de juros. Taxa de retenção de imposto de 25%. Encargos antecipados de 0,5% sobre o valor da aplicação. Taxa de inflação anual de 1,25%. Prazo de 1 ano.

- a) Qual é a taxa de rentabilidade anual efetiva líquida real? **[0,485%]**

EXERCÍCIO 4.43

Empréstimo à taxa de juro efetiva anual contratada de 3%. Prazo 5 anos. Encargos antecipados de 0,5% sobre o valor do empréstimo. Encargos postecipados de 0,4% sobre o valor final a reembolsar. Taxa de inflação média anual de 1,25%.

- a) Qual é a taxa de custo anual efetiva real? **[1,912%]**

EXERCÍCIO 4.44

Aplicação à taxa de juro efetiva anual de 4,5%. Prazo: 5 anos. Comissão de subscrição 0,5% do valor inicial da aplicação. Comissão de resgate 2% do valor final a receber.

- a) Determine a taxa de rentabilidade efetiva anual. **[3,975%]**

EXERCÍCIO 4.45

Depósito inicial de €32.000. Reforço de capital de €8.000 no fim do 3.º ano. Taxas de juro mensais brutas efetivas 0,4% (nos primeiros 4 anos) e 0,9% (nos restantes). Vencimento mensal do juro. Taxa de retenção na fonte de imposto sobre o rendimento 25%. Recebimento de 35% do juro líquido no vencimento. Prazo 7 anos.

- a) Valor do juro e do imposto retido no fim do 5.º ano? **[€409,17; €102,29]**
b) Valor a receber no fim do prazo? **[€50.841,04]**

EXERCÍCIO 4.46

Aplicação de €35.000. Taxa de juro anual nominal bruta (com capitalizações trimestrais) 6%. Vencimento trimestral de juro. Taxa de retenção na fonte de imposto sobre o rendimento 25%. Recebimento do juro líquido no vencimento (nos primeiros 2 anos) e recebimento de 60% do juro líquido no vencimento (nos anos seguintes).

- a) Valor do recebimento no final do 7.º trimestre? [**€393,75**]
- b) Valor do recebimento e valor do imposto retido na fonte no final do 19.º trimestre? [**€247,10; €137,28**]
- c) Taxa de juro anual efetiva líquida da aplicação? [**4,577%**]

EXERCÍCIO 4.47

Desconto por dentro no Banco A de um título de valor nominal €308.700 com vencimento a 4 meses. Taxas de juro anuais contratadas de 6% (no 1.º mês) e 9,6% (nos 3 meses seguintes). Despesas antecipadas (para além do juro) no Banco A 0,8% do valor nominal do título. A taxa de custo efetivo anual no Banco B é 10%.

- a) Taxa de juro média mensal contratada (Banco A)? [**0,725%**]
- b) Taxa de juro efetiva quadrimestral (Banco A)? [**2,9%**]
- c) Taxa de desconto efetiva anual (Banco A)? [**8,219%**]
- d) Qual é a melhor opção de financiamento? [**Banco B**]

EXERCÍCIO 4.48

Empréstimo de €200.000. Serviço de dívida (capital e juros) semestral, imediato, constante e normal. Prazo: 15 anos. Taxa de juro semestral efetiva: 5,4%. Custos de transação: comissões a pagar no início do prazo no valor de €5.000 e outras despesas que crescem anualmente 1% a pagar no fim de cada ano. Sabe-se ainda que a taxa de custo efetivo anual é 12,36%.

- a) Valor da semestralidade constante? [**€13.609,46**]
- b) Capital em dívida logo após o pagamento da 16.ª semestralidade? [**€131.334,99**]
- c) Valor das despesas a pagar no fim do 1.º ano? [**€1.091,79**]

EXERCÍCIO 4.49

Aplicação de €25.000. Taxas de juro brutas: 12% nominal anual com capitalizações trimestrais (nos primeiros 6 anos) e 2% efetiva para 1,5 meses (nos restantes). Prazo: 12 anos. Taxa de retenção na fonte de imposto sobre o rendimento 25%. Vencimento trimestral de juros.

- a) Valor do juro vencido no final do último trimestre do 10.º ano? **[€2.695,85]**
- b) Valor do imposto retido na fonte no final do último trimestre do 10.º ano? **[€673,96]**

EXERCÍCIO 4.50

Determinada instituição de crédito praticava em N as seguintes condições de crédito à habitação:

- Taxa de juro anual efetiva: 21%
- Pagamentos mensais
- Prazo do empréstimo: 20 anos
- Serviço de empréstimo: Prestações mensais constantes durante cada ano, crescendo anualmente e durante 10 anos ao ritmo anual de 10,5% após o que se mantêm constantes (os valores do 11.º ano ainda cresceram relativamente aos do 10.º ano).

- a) Sabendo que a taxa de inflação anual durante a vida do empréstimo é de 10,5%, determine o capital em dívida no final do 15.º ano a preços de N, por cada €1.000. **[€242,73]**

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários:

1. O Sr. Silva efetuou um depósito de €130.000, com um prazo de 10 anos e as seguintes características:

- Vencimento mensal de juro;
- Taxas de juro:
 - efetiva semestral de 6% (primeiros 2 anos);
 - anual nominal de 8,1%, com três capitalizações no período da taxa (3 anos seguintes);
 - trimestral nominal de 3,3%, com capitalizações mensais (no prazo restante);
- Recebimento de 45% do juro mensal no vencimento (nos primeiros 3 anos);
- Recebimento de 70% do juro mensal no vencimento (nos 5 anos seguintes).
- Recebimento integral do juro mensal no vencimento (no prazo restante);

Foi ainda efetuado um depósito suplementar de €30.000, no final do 7.º ano.

- a) Calcule o valor recebido pelo investidor no final do 6.º mês do 7.º ano. **[€1.319,92]**
- b) Calcule o valor recebido no início do 107.º mês. **[€2.350,71]**
- c) Calcule o valor recebido no final do contrato. **[€216.051,89]**

2. Considere hoje o desconto de um título de crédito de valor nominal igual a €32.000 e com vencimento a 42 meses. Calcule as alíneas seguintes de forma independente:

- a) Supondo uma taxa de desconto anual efetiva de 5,7%, qual seria o valor do desconto referente ao 1.º semestre da operação financeira? **[€775,99]**
- b) Admitindo o desconto por dentro e uma taxa semestral contratada de 4,2%, qual seria a taxa de juro nominal anual com capitalizações mensais? **[7,39%]**
- c) Suponha que no Banco A é aplicado o desconto por fora com uma taxa mensal contratada de 1% (primeiros 12 meses) e 1,2% (restantes 30 meses). No Banco B é aplicada uma taxa de juro quadrimestral efetiva de 4,5%. Na perspetiva do detentor do título, em que banco deve proceder ao desconto? **[Banco B]**
- d) Admita a taxa de juro anual efetiva de 2%. Substituição do título por dois novos títulos de €17.000 cada. O segundo a vencer 6 meses depois do 1.º. Qual a data de vencimento do 2.º título? **[81,74 meses]**

3. O Sr. Alves fez uma aplicação financeira de €40.000 a 10 anos no Banco A com uma taxa semestral efetiva de 0,5% para um levantamento único no final do prazo. É possível fazer um levantamento único antes do final do prazo (antecipado) mas, nesse caso, a taxa semestral efetiva passará a ser de:

- 0,1% se o levantamento único antecipado for efetuado nos primeiros 5 anos;
- 0,2% se o levantamento único antecipado for efetuado no prazo restante;

Hoje, decorridos 3 anos do início da aplicação, o Sr. Alves constatou que existe agora um novo produto financeiro no Banco B e que é possível transferir a aplicação do Banco A para o Banco B (durante os anos restantes).

- a) Qual deverá ser a taxa de juro efetiva anual mínima do novo produto financeiro do Banco B para que seja vantajosa, para o Sr. Alves, a transferência da aplicação A? Justifique quantitativamente. **[1,348%]**

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários:

1. O Sr. Alves efetuou um depósito de €54.000, com um prazo de 8 anos e as seguintes características:

- Vencimento mensal de juro;
- Taxas de juro:
 - efetiva trimestral de 1% (primeiros 2 anos);
 - anual nominal de 3,6%, com quatro capitalizações no período da taxa (2 anos seguintes);
 - semestral nominal de 3%, com capitalizações mensais (no prazo restante);
- Capitalização integral do juro mensal no vencimento (no primeiro ano);
- Recebimento de 60% do juro mensal no vencimento (nos 2 anos seguintes);
- Recebimento de 80% do juro mensal no vencimento (no prazo restante).

a) Calcule o valor recebido pelo investidor no final do 6.º mês do 3.º ano. **[€103,08]**

b) Calcule o valor acumulado do depósito no final do 5.º ano. **[€59.041,50]**

c) Suponha agora que o Sr. Alves pretende efetuar um depósito suplementar no final do 6.º ano. Quanto deve depositar de modo a receber €100.000 no final do prazo? **[€37.487,26]**

2. Considere o desconto de um título de crédito de valor nominal €41.000 com vencimento a 38 meses. Calcule as alíneas seguintes de forma independente:

- a) Suponha que é aplicado o desconto por fora com uma taxa trimestral contratada de 4% (primeiros 12 meses) e 3% (restantes meses). Qual o valor recebido se o título for descontado 3 anos antes do vencimento? **[€24.873,33]**
- b) Admita a taxa de juro anual efetiva de 8%. Qual o valor do desconto para o terceiro semestre da operação financeira? **[€1.361,41]**
- c) Considere o desconto por dentro com uma taxa semestral contratada de 4% nos primeiros 2 anos e 6% no período restante. Quando é que teria de se efetuar o desconto para receber exatamente €35.000? **[16,46 meses após o início do contrato ou 21,54 meses antes do vencimento do título]**
- d) Quando faltavam 16 meses para o vencimento do título e aplicando uma taxa anual efetiva de desconto fixa, o Sr. Pinto teria recebido um valor de €38.750 no Banco A. Como, na altura, não necessitava do dinheiro resolveu não fazer o desconto. Porém, passados 4 meses, decidiu efetuar o desconto. Sabendo que o Banco A não alterou as condições para o desconto do título, quanto recebeu o Sr. Pinto? **[€39.300,65]**

3. O Sr. Pereira abriu uma conta a 6 anos e fez um único depósito (depósito inicial). O vencimento do juro é anual com taxa de juro efetiva fixa durante todo o prazo. Hoje, passados 2 anos, o valor da conta é igual a €6.000. Se o Sr. Pereira fizer um único levantamento no final do prazo receberá um valor de €8.000

a) Qual o valor do depósito inicial? **[€5.196,15]**

b) Para o mesmo depósito inicial, considere agora que o Sr. Pereira pretende fazer 2 levantamentos de igual valor nominal, o 1.º no final do 3.º ano e o 2.º no final do prazo. Qual o valor de cada levantamento? **[€3.570,14]**

1. O Sr. Monteiro efetuou um depósito de €35.000, com um prazo de 8 anos e as seguintes características:

- Vencimento mensal de juro;
- Taxas de juro:
 - efetiva trimestral de 1,3% (primeiros 2 anos);
 - anual nominal de 9%, com três capitalizações durante o ano (3 anos seguintes);
 - semestral nominal de 6%, com capitalizações mensais (no prazo restante);
- Recebimento de 40% do juro mensal no vencimento (no primeiro ano);
- Recebimento integral do juro mensal no vencimento (nos 3 anos seguintes);
- Capitalização de 80% do juro mensal no vencimento (no prazo restante).

Foi ainda efetuado um depósito suplementar de €10.000, no final do 6.º ano.

- a) Calcule o valor recebido pelo investidor no final do 5.º mês do 6.º ano. **[€80,03]**
- b) Determine o valor da aplicação no final do prazo. **[€63.870,04]**
- c) Qual é o mês, durante os primeiros 5 anos, em que é recebido um valor mais baixo de juros? Justifique e indique o valor. **[Mês 49; €53,56]**

2. Considere hoje um desconto de um título de crédito de valor nominal €46.000 com vencimento a 34 meses. Calcule as alíneas seguintes de forma **independente**:

- a) Supondo uma taxa de juro anual efetiva de 14,8%, qual seria o valor do desconto referente ao 1.º ano da operação financeira? **[4.604,52]**
- b) Admitindo o desconto por fora e uma taxa semestral contratada de 8,3%, qual seria a taxa de juro nominal anual com capitalizações mensais? **[22,641%]**
- c) Suponha que no Banco A é aplicado o desconto por dentro com uma taxa quadrimestral contratada de 4% (primeiros 12 meses) e 3% (restante período). No Banco B é aplicada uma taxa de desconto trimestral efetiva de 3,5%. Na perspetiva do detentor do título, em que banco deve proceder ao desconto? **[Banco A]**
- d) Admita a taxa de juro anual efetiva de 10%. O detentor do título recebe duas prestações iguais: a 1.ª hoje e a 2.ª no final do prazo. Qual o valor de cada prestação? **[€19.913,21]**

3. O Sr. Tavares pediu um empréstimo a 7 anos de €30.000, com as seguintes taxas de juro:

- No primeiro ano a taxa de juro trimestral efetiva é de 3,50%;
 - Nos 4 anos seguintes a taxa de juro trimestral efetiva é de 3%;
 - No período restante a taxa de juro trimestral efetiva é de ??%.
- a) Em que momento a dívida é igual a €38.000? **[7,342 trimestres após o início]**
 - b) Sabe-se que o valor em dívida no final do 6.º ano é igual a €58.600. O credor pediu €57.500 nessa data para pagar a totalidade da dívida alegando problemas financeiros. A taxa de juro semestral efetiva de mercado era, também nessa data, de 6% para empréstimos idênticos. Será compensador para o Sr. Tavares pagar a totalidade da dívida no final do 6.º ano? **[Não]**

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários:



1. Brevemente, a Ana e o Eugénio vão ser pais de gémeos. Cientes dos custos com a formação superior, decidiram iniciar um investimento de poupança, de modo que o seu valor acumulado seja €40.000, na data em que os filhos completarem 18 anos. Para tal, dirigiram-se ao Banco A que lhe propôs uma aplicação financeira **que obriga a um depósito inicial de €5.000** e tem as seguintes fases e características:

- **Fase I: 5 primeiros anos:**
 - ✓ Taxa de juro anual efetiva de 1,05%;
 - ✓ Depósitos trimestrais constantes, a iniciarem 1 trimestre depois da contratação da poupança;
- **Fase II: 5 anos seguintes:**
 - ✓ Taxa de juro nominal anual, com capitalizações trimestrais de 2%;
 - ✓ Depósitos trimestrais a crescerem trimestralmente 0,5%
- **Fase III: últimos 8 anos:**
 - ✓ Taxa de juro trimestral efetiva de 3%;
 - ✓ Depósitos trimestrais a decrescerem trimestralmente 3%

- a) Atendendo ao objetivo proposto com a poupança, e sabendo que o primeiro depósito trimestral de cada fase é igual, quanto seria o valor dos mesmos? **[€164,99]**
- b) Mantendo o depósito inicial e as taxas de juro indicadas, se durante os primeiros 10 anos o casal em vez dos depósitos trimestrais efetuasse depósitos de €300 no final de cada ano, quanto seria o primeiro depósito trimestral da Fase III? **[454,04]**



2. Considere as seguintes condições para dois empréstimos distintos:

Taxas	<ul style="list-style-type: none">▪ Taxa de juro anual efetiva de 3,5% (primeiros 10 anos);▪ Taxa de juro anual efetiva de 4% (no prazo restante).
Empréstimo 1	▪ Pagamentos <u>trimestrais</u> perpétuos normais (imediatos e postecipados), com crescimento <u>trimestral</u> de €1, com o valor nominal do primeiro dos pagamentos igual a €200.
Empréstimo 2	▪ Pagamentos <u>trimestrais</u> perpétuos normais (imediatos e postecipados), com crescimento <u>anual</u> de €1, com o valor nominal do primeiro dos pagamentos igual a €200.

- a) Qual seria o valor do empréstimo 1? **[€31.927,46]**
- b) Qual seria o capital em dívida no final do 2.º trimestre do 20.º ano no empréstimo 2? **[€24.813,26]**



3. O Sr. Joaquim precisa de €5.000 para realizar obras na sua habitação, tendo recebido duas propostas:

Banco A	<ul style="list-style-type: none">▪ Pagamentos mensais normais (imediatos e postecipados) de €76;▪ Prazo: 7 anos.
Banco B	▪ Taxa de juro anual efetiva de 5,46%

- a) Qual é a melhor proposta para o Sr. Joaquim? Justifique. **[Banco B]**

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários:

1. Um empréstimo de €150.000 foi contratado nas seguintes condições:
 - 120 pagamentos mensais com decrescimento mensal de 1%, vencendo-se o primeiro deles 13 meses após a data do contrato;
 - Taxa de juro anual efetiva de 16% (primeiros 5 anos);
 - Taxa de juro mensal efetiva de 1,5% (prazo restante).
 - a) Qual o valor do 1.º pagamento? [**€4.271,33**]
 - b) Qual o valor em dívida no final do 9.º ano? [**€29.321,38**]
 - c) Suponha agora que os €150.000 eram recebidos por três vezes (€50.000 no momento do contrato, €50.000 no final do 1.º ano e €50.000 no final do 2.º ano). Mantendo as datas dos pagamentos mensais e o decrescimento mensal de 1%, determine o valor do último pagamento. [**€1.121,70**]

2. Um empréstimo perpétuo de €225.000 foi contratado com uma taxa de juro mensal efetiva de 0,10% nos primeiros 2 anos e 0,15% no prazo restante.
 - a) Se os pagamentos forem imediatos, postecipados e mensalmente constantes, qual o valor em dívida passado 1 ano? [**€223.690,25**]
 - b) Se os pagamentos forem imediatos, postecipados e crescerem mensalmente 0,1% qual o valor do 1.º pagamento? [**€111,17**]
 - c) Se os pagamentos forem diferidos em 2 anos, postecipados e mensalmente constantes, mas com um crescimento anual de 0,5%, qual o valor do pagamento no final do 74.º mês? [**€255,50**]

3. Há 15 anos o Sr. Martins resolveu constituir uma conta-poupança no Banco X com uma taxa de juro anual efetiva constante de 3,2% e vencimento mensal. À data de hoje tinham sido registados os seguintes movimentos na conta:
 - 132 depósitos mensais constantes de €80. O 1.º depósito foi efetuado no momento de abertura da conta;
 - 13 depósitos anuais imediatos e postecipados (normais) com crescimento anual de 100€. O 1.º depósito, no valor de €200, foi efetuado passado um ano da abertura da conta;
 - O filho do Sr. Martins fez 35 levantamentos mensais constantes de €300. O último dos quais à data de hoje.
 - a) Qual o valor que ficou hoje na conta, imediatamente após o último levantamento? [**€16.083,74**]

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários:

1. O Banco A financia a aquisição de um bem, nas seguintes condições:
 - 2 recebimentos de €60.000 cada, o 1.º hoje e o 2.º de hoje a 1 ano;
 - Taxas de juro mensais efetivas: 0,9% (primeiros 2 anos) e 1,20% (no restante prazo);
 - Pagamentos mensais normais e prazo a definir.
 - a) Considere o prazo do empréstimo igual a 20 anos (desde o início do contrato), com pagamentos constantes (o 1.º de hoje a 1 mês). Qual o valor nominal de cada pagamento? **[€1.362,28]**
 - b) Se o empréstimo fosse perpétuo, com pagamentos constantes (o 1.º de hoje a 2 anos), qual o valor em dívida passados 20 anos do início do contrato? **[€139.530,44]**
 - c) Suponha agora o prazo do empréstimo é igual a 20 anos, com pagamentos mensalmente constantes (o 1.º de hoje a 3 anos) e crescimento anual de 3%. Qual é o valor do primeiro pagamento? **[€1.816,28]**
2. No dia do nascimento da Joana os pais abriram uma conta poupança no Banco J com um depósito inicial de €1.000 e uma taxa de juro anual efetiva de 4%. A conta foi constituída nos seguintes termos:
 - Depósitos mensais constantes de €70 até ao final do 18.º ano. O 1.º depósito é efetuado 1 mês após a abertura da conta;
 - 18 depósitos anuais (além dos depósitos mensais) imediatos e postecipados (normais) com crescimento anual de €60. O 1.º depósito, no valor de €500, é efetuado passado um ano;
 - A Joana começou a fazer levantamentos mensais constantes de €400 quando completou os 16 anos.
 - a) Hoje, no 18.º aniversário da Joana (após os depósitos/levantamentos), qual o valor da conta? **[€37.848,04]**
 - b) Qual será o valor da conta daqui a 3 anos, na data do 21.º aniversário da Joana (após os depósitos/levantamentos)? **[€27.317,47]**
3. Para o mesmo empréstimo a 60 meses, com taxa de juro mensal efetiva de 1%, o Banco T apresentou ao Sr. Fernando três propostas de pagamento (com o 1.º pagamento de hoje a 1 mês):

Proposta A	Pagamentos mensais constantes de €500.
Proposta B	Pagamentos a crescerem mensalmente 0,3%.
Proposta C	Pagamentos mensais de janeiro a novembro: valor constante de €450. Pagamentos em dezembro: €? (valor constante superior a €450).

 - a) Indique o valor do capital em dívida no final do 4.º ano para cada uma das propostas (após os respetivos pagamentos)? **[A: €5.627,54; B: €6.091,07; C: €5.627,54]**

- Data: 2022-12-02
- Licenciatura em Economia
- Docentes: Francisco Antunes e Norberto Maricoto
- Duração: 1h 45 m
- Classificação da prova em: webx.ubi.pt/~fantunes

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários:

1. Considere um empréstimo de €120.000 com as seguintes características:
 - Taxa de juro nominal anual de 4,8%, com capitalizações mensais;
 - Prazo de 8 anos com vencimento mensal;
 - Carência de capital e juros no primeiro ano (período de diferimento);
 - Carência de capital nos 2 anos seguintes (pagamento do juro vencido);
 - Posteriormente, pagamentos variáveis no final de cada mês com parcelas de reembolso de capital a crescerem mensalmente 1%.
 - a) Linha correspondente ao 18.º mês do mapa de serviço de dívida? [$k=18$; $C_{17}=\text{€}125.888,42$; $j_{18}=\text{€}503,55$; $m_{18}=\text{€}0$; $P_{18}=\text{€}503,55$; $C_{18}=\text{€}125.888,42$]
 - b) Linha correspondente ao 60.º mês do mapa de serviço de dívida? [$k=60$; $C_{59}=\text{€}86.248,44$; $j_{60}=\text{€}344,99$; $m_{60}=\text{€}1.937,83$; $P_{60}=\text{€}2.282,83$; $C_{60}=\text{€}84.310,60$]
 - c) Suponha agora que se pretendia alterar o valor do empréstimo para que o último pagamento (P_{96}) fosse igual a €2.000. Neste caso, qual deveria ser o valor do empréstimo (mantendo as restantes condições)? [$\text{€}86.216,72$]
2. Considere um contrato para um empréstimo, a uma taxa de juro anual efetiva de 7%, com as seguintes condições:
 - 2 recebimentos mensais constantes (o 1.º no momento do contrato);
 - 60 pagamentos mensais constantes (o 1.º 13 meses após o contrato);
 - O valor da parcela de reembolso do final do 28.º mês (m_{28}) é igual a €2.300.
 - a) Qual o valor de cada recebimento? [$\text{€}70.511,78$]
 - b) Linha correspondente ao último mês do 4.º ano do mapa de serviço de dívida? [$k=48$; $C_{47}=\text{€}68.926,06$; $j_{48}=\text{€}389,72$; $m_{48}=\text{€}2.574,55$; $P_{48}=\text{€}2.964,26$; $C_{48}=\text{€}66.351,52$]
 - c) Qual o valor em dívida imediatamente após o 2º recebimento? [$\text{€}141.422,24$]
3. A Joana necessita um empréstimo a 3 anos, com um serviço de dívida mensal e normal, tendo-se dirigido para tal aos Bancos A e B. Na tabela abaixo são fornecidas algumas informações sobre as propostas de ambos os Bancos:

Banco A	Parcelas de reembolso de capital decrescem mensalmente 1%; $J_5 = \text{€}372$; Taxa de juro mensal efetiva de 2%.
Banco B	Parcelas de reembolso de capital decrescem mensalmente €15; $J_5 = \text{€}370$.

- a) Qual o valor do empréstimo? [$\text{€}21.374,27$]
- b) Qual é a proposta mais vantajosa para a Joana? [**Banco A**]
- c) Qual o valor da plena propriedade, no Banco A, no final do 34.º mês (PP_{34}), supondo uma taxa de avaliação efetiva mensal de 2,1%? [$\text{€}994,09$]

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários:

1. Empréstimo de €118.500 a 10 anos com serviço de dívida trimestral e as seguintes características:
 - Taxa de juro anual efetiva de 9%;
 - Carência de capital no 1.º ano (pagamento do juro vencido);
 - Nos 4 anos seguintes os pagamentos são constantes;
 - Nos restantes 5 anos as parcelas de reembolso crescem trimestralmente €20;
 - O valor do juro incluído no pagamento do 28.º trimestre (J_{28}) é igual a €1.540.

a) Preencha a linha do mapa de serviço de dívida correspondente ao 5.º trimestre. [$k=5$; $C_4=€118.500$; $j_5=€2.580,71$; $m_5=€587,91$; $P_5=€3.168,62$; $C_5=€117.912,09$]
2. Empréstimo a 8 anos com um serviço de dívida imediato e postecipado (normal), mensal e variável em que:
 - Nos primeiros 3 anos as parcelas de reembolso crescem mensalmente 2%;
 - Nos 5 anos seguintes as parcelas de reembolso são constantes;
 - Taxa de juro efetiva mensal de 1%;
 - O valor da 24.ª parcela de reembolso (m_{24}) é igual a €6.000;
 - O valor do juro do 48.º mês (J_{48}) é igual a €364.

a) Qual foi o valor do empréstimo? [**€242.406,64**]

b) Preencha a linha do mapa de serviço de dívida correspondente ao 12.º mês. [$k=12$; $C_{11}=€196.105,47$; $j_{12}=€1.961,05$; $m_{12}=€4.730,96$; $P_{12}=€6.6692,01$; $C_{12}=€191.374,51$]
3. Considere um empréstimo a 15 anos, com um serviço de dívida semestral, normal e em que:
 - Taxa de juro semestral efetiva de 3%;
 - Nos primeiros 4 anos as parcelas de reembolso crescem semestralmente 1%;
 - Nos 5 anos seguintes as parcelas de reembolso são constantes;
 - Nos anos seguintes os pagamentos são constantes;
 - A 2.ª e a 10.ª parcela de reembolso têm o mesmo valor: €1.800 cada;
 - Sabe-se que o valor em dívida no final do 6.º ano é igual a €100.000.

a) Preencha a linha do mapa de serviço de dívida correspondente ao 6.º semestre. [$k=6$; $C_5=€112.875,64$; $j_6=€3.386,27$; $m_6=€1.873,09$; $P_6=€5.259,36$; $C_6=€111.002,55$]

b) Considerando uma taxa de avaliação efetiva anual de 4%, calcule a plena propriedade no final do 11.º ano. [**€65.700,75**]
4. Empréstimo a pagar em 48 mensalidades normais com parcelas de reembolso constantes. O valor dos juros do último mês (J_{48}) é igual a €125. Qual o valor dos juros do 1.º mês (J_1)? [**€6.000,00**]

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários (não arredonde valores):

1. Considere um contrato para um empréstimo com as seguintes condições:
 - 4 recebimentos mensais constantes (o 1.º a acontecer no momento do contrato);
 - 120 pagamentos mensais constantes (o 1.º a efetuar 12 meses após o contrato);
 - Do final do 5.º ano ao final do 8.º ano a dívida reduziu-se em €28.000;
 - Taxa de juro mensal efetiva de 0,5%.
 - a) Qual o valor de cada recebimento? [**€21.782,59**]
 - b) Linha correspondente ao último mês do 10.º ano do mapa de serviço de dívida? [**k=120; C₁₁₉=€11.784,83; j₁₂₀=€58,92; m₁₂₀=€955,35; P₁₂₀=€1.014,28; C₁₂₀=€10.829,47**]
2. Empréstimo de €50.000 a 10 anos com um serviço de dívida normal, imediato e mensal e variável em que:
 - Nos primeiros 4 anos as parcelas de reembolso crescem mensalmente €10;
 - Nos 6 anos seguintes as parcelas de reembolso são constantes;
 - Taxa de juro efetiva mensal de 1%;
 - O juro incluído no 52.º pagamento (j₅₂) é igual a €276.
 - a) Linha correspondente ao 24.º mês do mapa de serviço de dívida? [**k=24; C₂₃=€42.716,67; j₂₄=€427,17; m₂₄=€436,67; P₂₄=€863,83; C₂₄=€42.880**]
 - b) Calcule o valor da plena propriedade no final do 110.º mês, considerando uma taxa de avaliação efetiva mensal de 1,2%. [**€3.958,03**]
3. Empréstimo a 6 anos com serviço mensal de dívida e as seguintes condições:
 - Carência de capital e juros (período de diferimento) nos primeiros 2 anos;
 - Nos 2 anos seguintes é variável, com parcelas de reembolso que crescem mensalmente 2%;
 - Nos 2 anos seguintes é variável, com parcelas de reembolso que crescem mensalmente €20;
 - O valor da parcela de reembolso do 36.º mês (m₃₆) é de €1.000;
 - No final do 4.º ano a dívida ficou reduzida a metade do empréstimo inicial;
 - A taxa de juro anual nominal com capitalizações mensais é de 18%.
 - a) Qual o valor da dívida no final do 2.º ano? [**€37.628,61**]
 - b) Linha correspondente ao último mês do mapa de serviço de dívida? [**k=72; C₇₁=€778,39; j₇₂=€11,68; m₇₂=€778,39; P₇₂=€790,07; C₇₂=€0**]
4. Empréstimo com 4 pagamentos anuais normais e taxa anual efetiva de 15%. São conhecidos os seguintes valores anuais para pagamentos e parcelas de reembolso: P₁= €2.000, m₂= €1.500, P₃= €1.000 e m₄= €800
 - a) Qual o valor do empréstimo? [**€4.404,54**]

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários:

1. O Sr. Mário pretende efetuar a aplicação de €106.000 durante um prazo de 7 anos:
 - Taxa de juro efetiva semestral bruta de 0,6% (nos primeiros 3 anos);
 - Taxa de juro efetiva anual líquida de 1,3% (nos seguintes);
 - Retenção na fonte de imposto sobre o rendimento à taxa de 28%;
 - Vencimento anual dos juros.
 - Taxa anual média de inflação prevista: 4% (primeiros 2 anos), 2,5% (anos seguintes);
 - Comissão de abertura de contrato (a pagar no início do contrato): €25;
 - Comissão de encerramento (a pagar no final do contrato): €50.
 - a) Determine a taxa de juro trimestral bruta efetiva nominal (a preços correntes) média da aplicação. **[0,385%]**
 - b) Determine a taxa de juro trimestral líquida efetiva nominal (a preços correntes) média da aplicação. **[0,277%]**
 - c) Determine a taxa de rentabilidade anual líquida efetiva nominal (a preços correntes) média da aplicação. **[1,104%]**
 - d) No final da aplicação, será que o Sr. Mário ganhou poder de compra face à sua situação inicial? Justifique. **[Não]**

2. O Sr. Vicente contratou um empréstimo de €200.000, a 15 anos, nas seguintes condições:
 - Período de diferimento de 7 meses;
 - Serviço de dívida (capital e juros) mensal constante e postecipado;
 - Taxa de juro semestral efetiva: 5,4%;
 - Custos de transação:
 - comissões a pagar no início do prazo no valor de €5.000;
 - outros encargos que crescem anualmente 1%, a pagar no fim de cada ano;
 - Sabe-se ainda que a taxa de custo efetivo anual é 12,36%.
 - a) Determine o capital em dívida logo após o pagamento da 123.ª mensalidade. **[€96.682,12]**
 - b) Qual é o valor dos encargos a pagar no final do 3.º ano? **[€1.183,69]**

3. O Sr. Diogo contratou um título de dívida (a receber) de valor nominal de €60.000 foi acordado com vencimento a 23 meses. Na mesma data, ele procurou no mercado propostas para o desconto antecipado do mesmo, tendo obtido as seguintes:

Banco A	Banco B
Operação realizada em desconto por fora; Taxa de custo anual efetivo nominal (preços correntes) de 5,8%;	Operação realizada em desconto por dentro;
Valor dos encargos antecipados além do juro: €250.	Valor dos encargos antecipados além do juro: €250.
Taxa de inflação de 2%	

Sabendo que as propostas são financeiramente equivalentes indique:

- a) Taxa anual contratada do Banco B. **[5,685%]**
- b) Taxa de juro anual efetiva do Banco A. **[5,545%]**
- c) Taxa de custo semestral efetivo real do Banco B. **[1,846%]**

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários (não arredonde valores):

1. O Sr. Costa pretende contratar um empréstimo de €50.000 com um prazo de 7 anos para a compra de um automóvel. Foi-lhe proposto no Banco C um empréstimo com as seguintes características:
 - Período de diferimento de 1 ano (carência de capital e juros);
 - Pagamentos mensais normais e constantes (de capital e juros) no prazo restante. A começar no final do 13.º mês;
 - Comissão anual constante no valor de €???. A 1.ª a ser paga no final do 1.º ano;
 - O Banco oferece €1.000 de combustível no início do prazo;
 - Taxa de custo anual efetiva real (preços constantes) de 0,4%;
 - Taxa de juro anual efetiva real (preços constantes) de 0,3%;
 - Taxa de juro anual efetiva nominal (preços correntes) de 6,0%.
 - a) Valor em dívida (capital e juros, a preços correntes), logo após o pagamento no final do 4.º ano? **[€28.810,31]**
 - b) Qual o valor nominal das comissões (preços correntes)? **[€214,38]**
2. Aplicação a 5 anos de €60.000 com as seguintes características:
 - Taxas de juro efetivas anuais brutas nominais (preços correntes) de 2,5% (nos primeiros 2 anos) e 4% (nos seguintes);
 - Vencimento mensal do juro;
 - Taxa de retenção na fonte de imposto sobre o rendimento de 28%;
 - Comissão de gestão bancária a pagar no final do prazo no valor de €320;
 - a) Qual a taxa de juro média efetiva anual líquida nominal (preços correntes) no período total da aplicação? **[2,436%]**
 - b) Calcule o valor do imposto retido no final do último mês do 4.º ano (a preços correntes). **[€60,16]**
 - c) Qual deverá ser a taxa de inflação média anual para que a taxa de rentabilidade média anual efetiva líquida real seja positiva? **[<2,339%]**
3. Considere um empréstimo de €120.000, no Banco A, com um prazo de 10 anos e as seguintes características:
 - Taxa de custo anual real (preços constantes) de 8%;
 - Reembolso do capital e dos juros no final do prazo;
 - Comissões pagas no início do prazo no valor de €200;
 - Taxa de inflação anual prevista de 2% (primeiros 4 anos) e 2,5% (nos anos seguintes).
 - a) Qual o valor dos juros pagos no final do prazo a preços correntes e a preços constantes do início do prazo? **[€204.667,08; €163.043,73]**
 - b) Qual é a taxa de juro efetiva anual real (preços constantes)? **[7,982%]**
 - c) O Banco B propõe para um empréstimo do mesmo montante e prazo, um serviço de dívida semestral constante, com taxa de custo nominal anual (preços correntes) de 10% e encargos anuais constantes de gestão do crédito no montante de €50. Qual o valor dos pagamentos semestrais no Banco B? **[€9.507,69]**

- Data: 2024-01-08
- Licenciatura em Economia
- Docentes: Francisco Antunes e Norberto Maricoto
- Duração: 1h 45 m
- Classificação da prova em: webx.ubi.pt/~fantunes

Responda às questões seguintes, apresentando todos os cálculos necessários:

1. Considere um empréstimo de €80.000 a 6 anos:
 - Reembolso do capital e pagamento total dos juros no final do prazo;
 - Comissões pagas no final do prazo: €124;
 - Vencimento trimestral dos juros;
 - Taxas de juro trimestrais efetivas: 1,4% nos primeiros 2 anos e 1,6% no restante prazo;
 - Taxa de juro média anual efetiva real (preços constantes) de 4%.
 - a) Valor total (Capital, juros e comissões) a pagar no final do prazo a preços correntes e a preços constantes? **[€115.387,81; €101.334,42]**
 - b) Taxa de custo anual efetiva real (preços constantes)? **[4,019%]**

2. Aplicação a 5 anos de €50.000 com as seguintes características:
 - Taxas de juro reais (preços constantes) efetivas anuais brutas de 1% (nos primeiros 2 anos) e 2% (nos seguintes);
 - Vencimento mensal do juro;
 - Taxa de retenção na fonte de imposto sobre o rendimento de 28%;
 - Comissão de gestão bancária constante a pagar no final de cada ano, no valor de €122;
 - Comissão de abertura no valor de €??;
 - A taxa de rentabilidade média anual efetiva líquida (preços correntes) é de 1,6%;
 - Taxa de inflação média anual de 1%.
 - a) Calcule o valor do juro líquido obtido no último mês do 4.º ano (j_{48} líquido). **[€95,82]**
 - b) Qual o valor da comissão de abertura? **[€102,13]**

3. O Sr. Oliveira tem €120.000 disponíveis e consultou dois bancos para fazer uma aplicação a 6 anos. As condições apresentadas foram as seguintes:

Banco A	<ul style="list-style-type: none"> ■ Taxa de juro semestral líquida efetiva nominal (preços correntes): 1,4%; ■ Vencimento mensal dos juros; ■ Comissão de gestão da conta, no valor de €110, a pagar no final do contrato.
Banco B	<ul style="list-style-type: none"> ■ Taxa de rentabilidade semestral líquida efetiva nominal (preços correntes): 1,4%; ■ Vencimento mensal dos juros; ■ Comissão de gestão da conta, no valor de €120, a pagar no final do contrato.

A retenção na fonte de imposto sobre o rendimento é igual a 28% e está prevista uma taxa de inflação média anual de 2,3%.

- a) Qual dos Bancos deve escolher o Sr. Oliveira? Justifique. **[Banco B]**
- b) Taxa de juro anual real efetiva bruta (preços constantes) do Banco B? **[1,619%]**