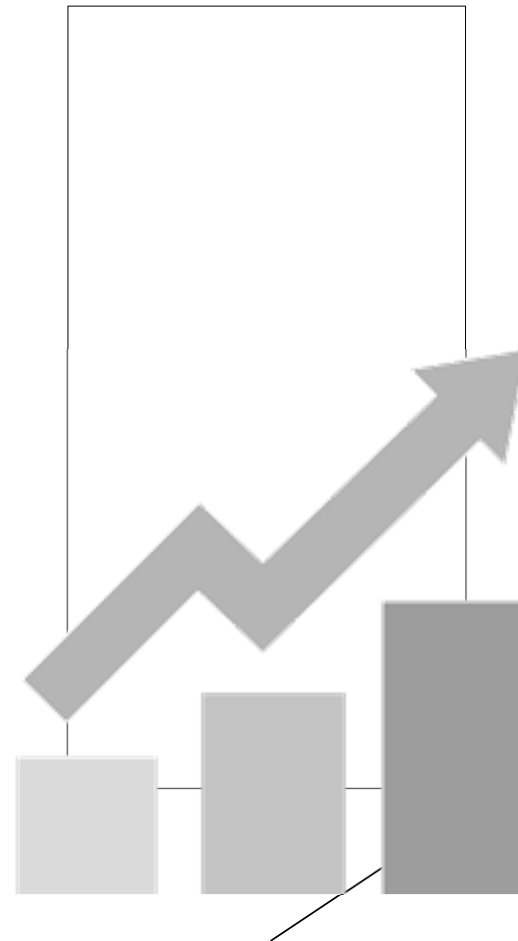


# CÁLCULO FINANCEIRO

Capítulo IV

Custos de transação, fiscalidade e inflação



# Efeito da inflação



## Efeito da inflação

- As variações no poder de compra da moeda (inflação) influenciam a **rentabilidade real** das aplicações e o **custo real** dos financiamentos.



## Efeito da inflação

- As variações dos preços na economia influenciam as operações financeiras nos seguintes termos:
  - Se houver **inflação** (subida generalizada de preços), a rentabilidade real das aplicações e o custo real dos financiamentos diminuem;
  - Se houver **deflação** (descida generalizada de preços), a rentabilidade real das aplicações e o custo real dos financiamentos aumenta.

# Efeito da inflação

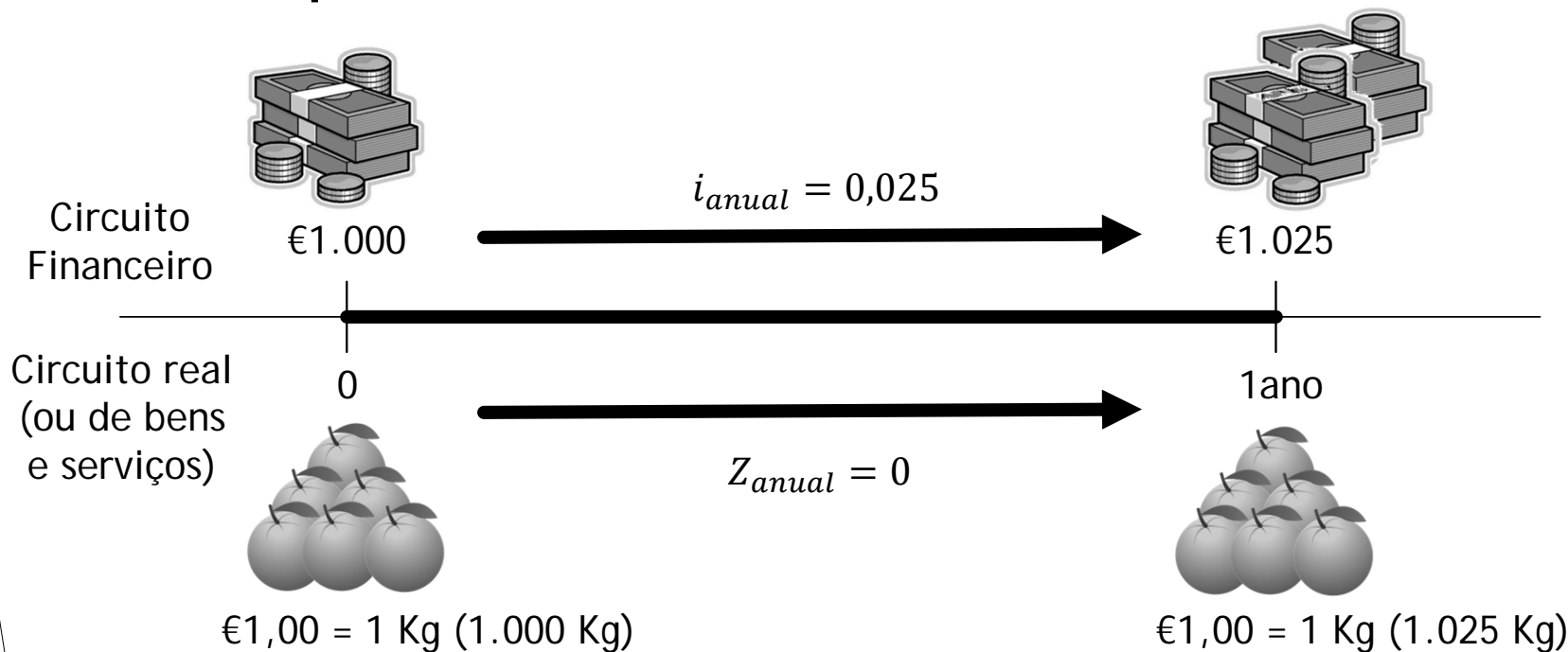
- Introduzir a inflação na análise obriga a considerar dois tipos de valores:
  - **Valores a preços correntes**, isto é, valores referidos ao nível de preços do momento em que se recebem ou pagam;
  - **Valores a preços constantes**, isto é, valores referidos ao nível de preços de um qualquer momento de referência.

# Efeito da inflação

- Também implica falar de dois tipos de taxas (nas aplicações e nos empréstimos):
  - Taxas **efetivas nominais** ou taxas efetivas a **preços correntes**;
  - Taxas **efetivas reais** ou taxas efetivas a **preços constantes**.

# Exemplo 1.1

Há um aumento nominal do dinheiro.

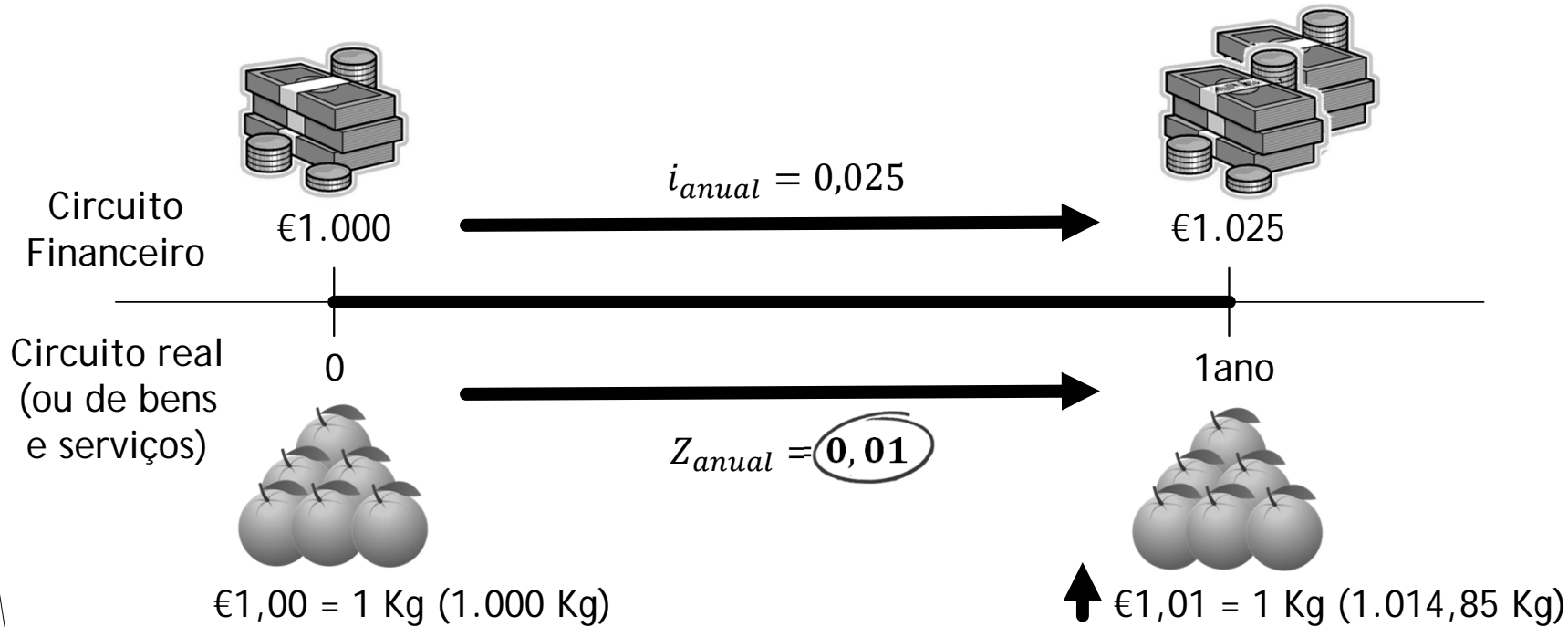


Há um aumento real do poder de compra.

A taxa de juro efetiva real é igual à taxa de juro efetiva nominal

## Exemplo 1.2

Há um aumento nominal do dinheiro.



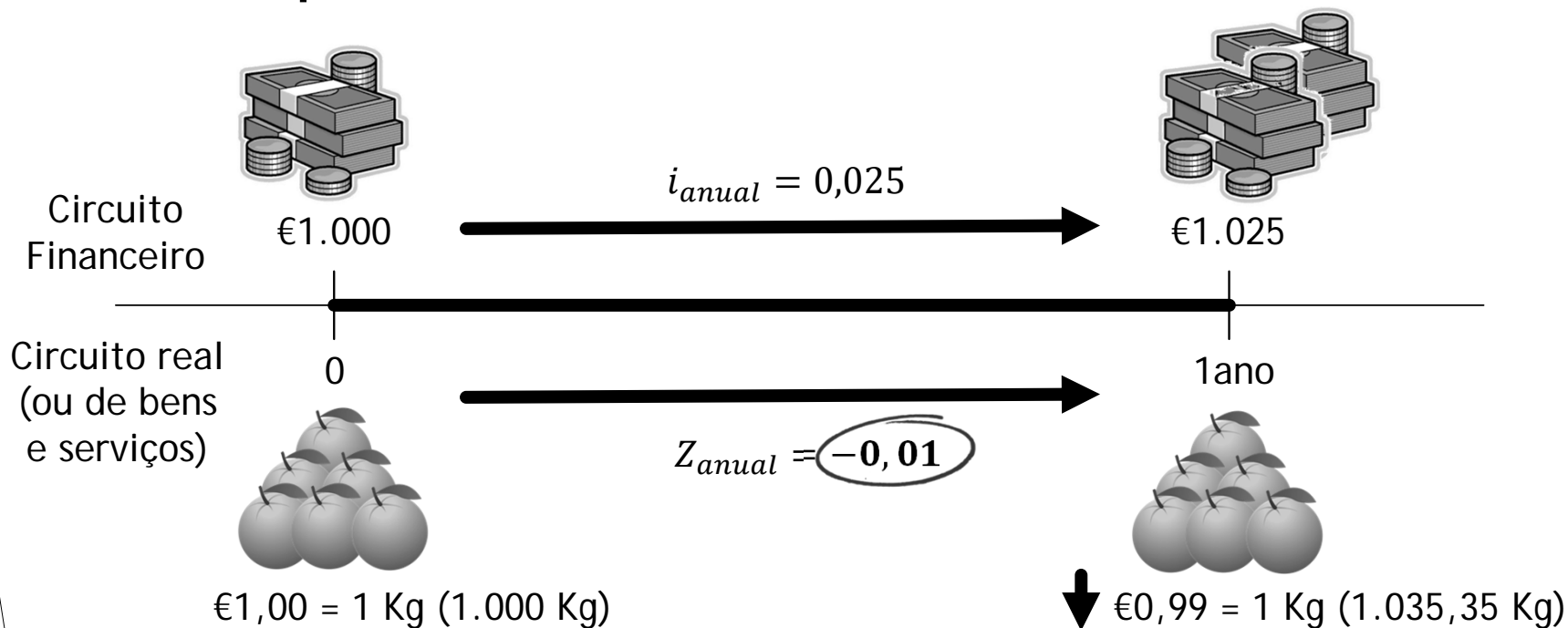
Ainda há um aumento real do poder de compra.

A taxa de juro efetiva real é positiva, mas inferior à taxa de juro efetiva nominal



# Exemplo 1.3

Há um aumento nominal do dinheiro.

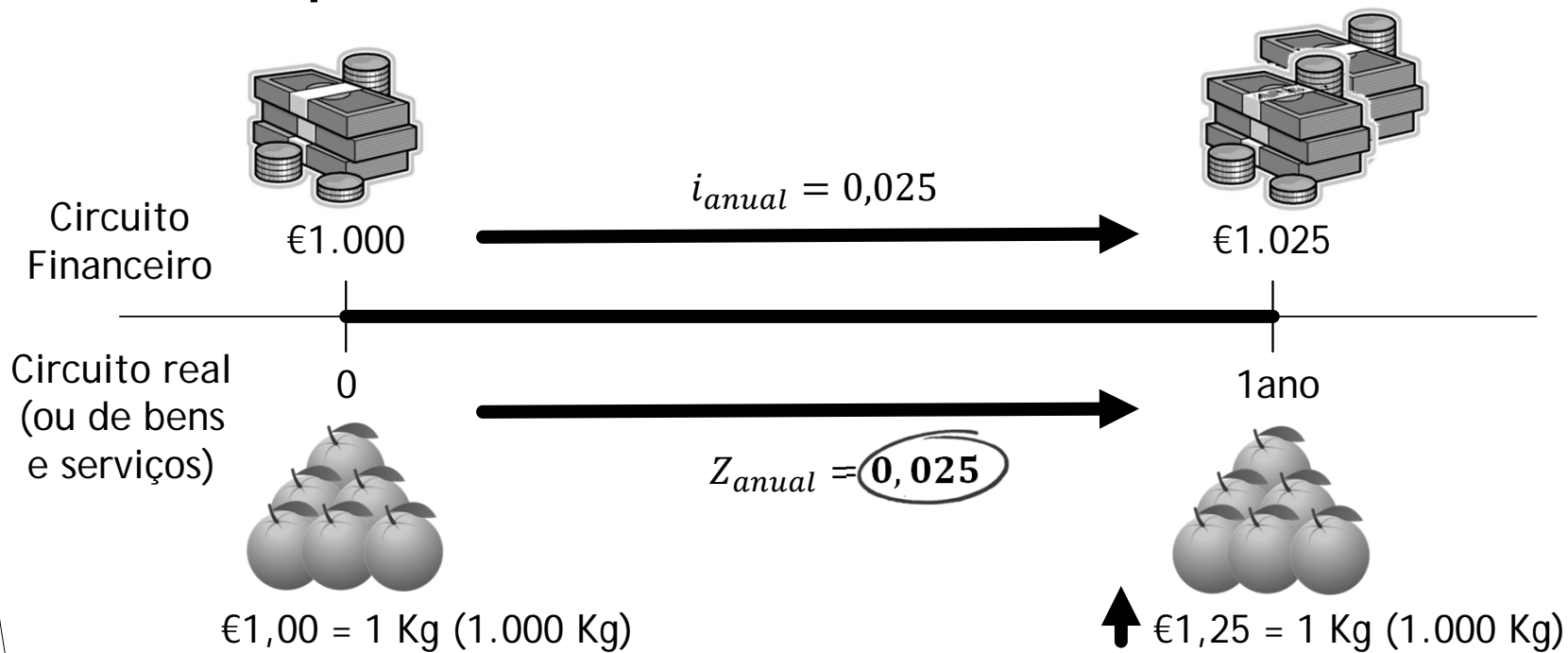


Ainda há um aumento real do poder de compra.

A taxa de juro efetiva real é positiva, e superior à taxa de juro efetiva nominal

# Exemplo 1.4

Há um aumento nominal do dinheiro.

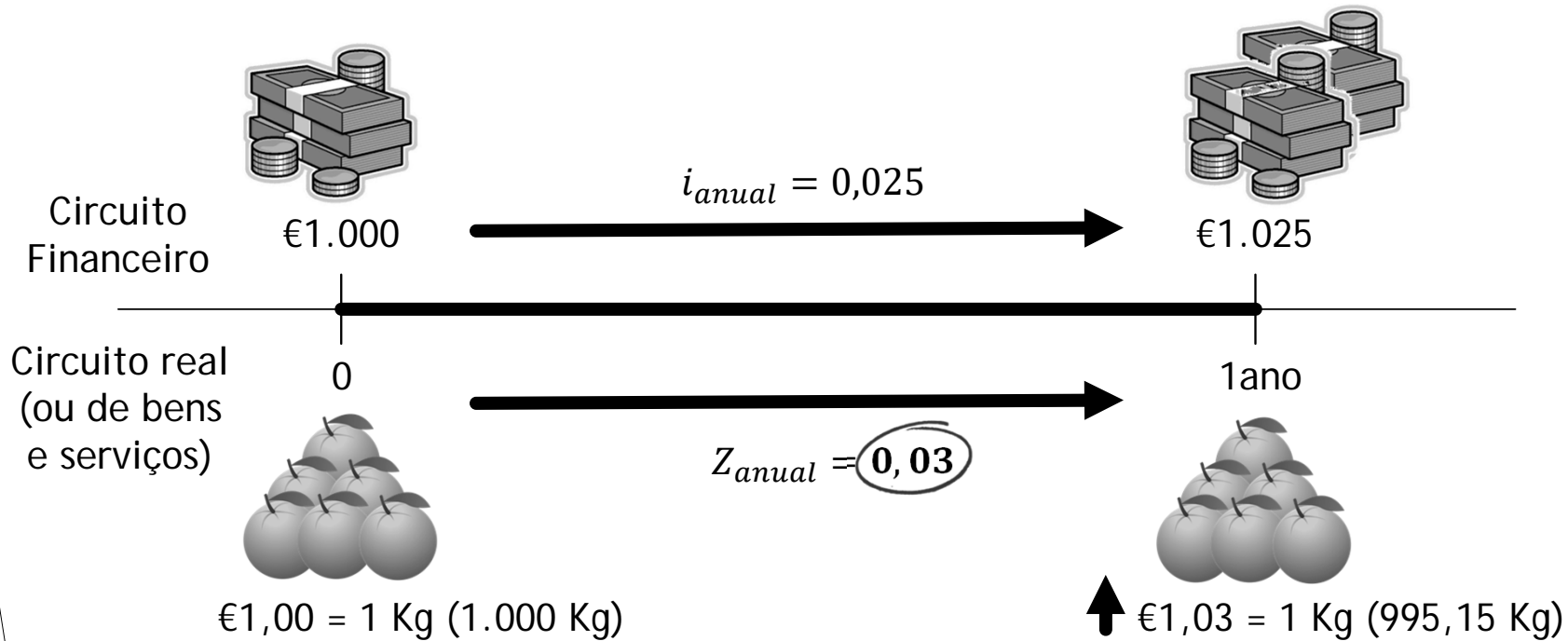


Não há variação real do poder de compra.

A taxa de juro efetiva real é igual a 0,00

## Exemplo 1.5

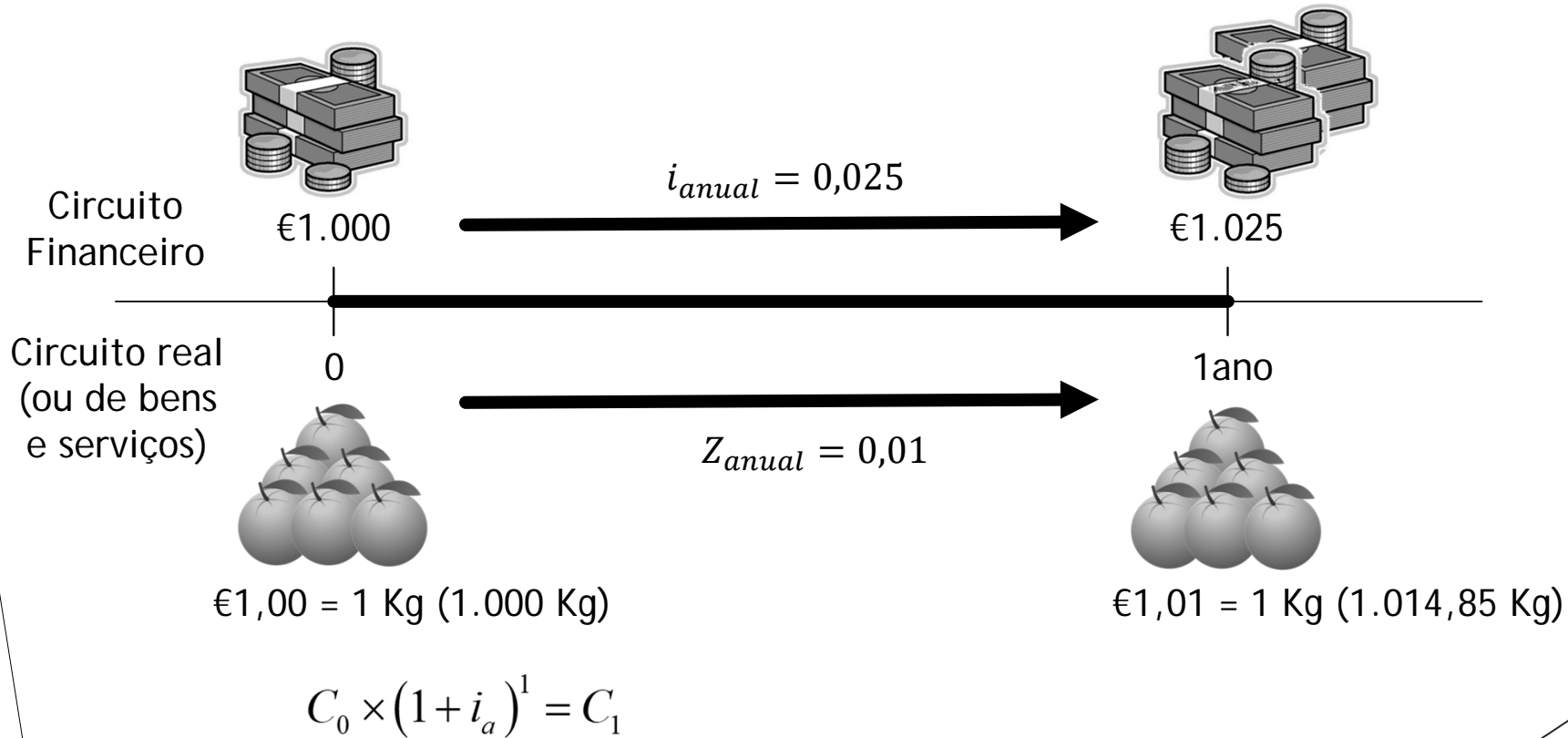
Há um aumento nominal do dinheiro.



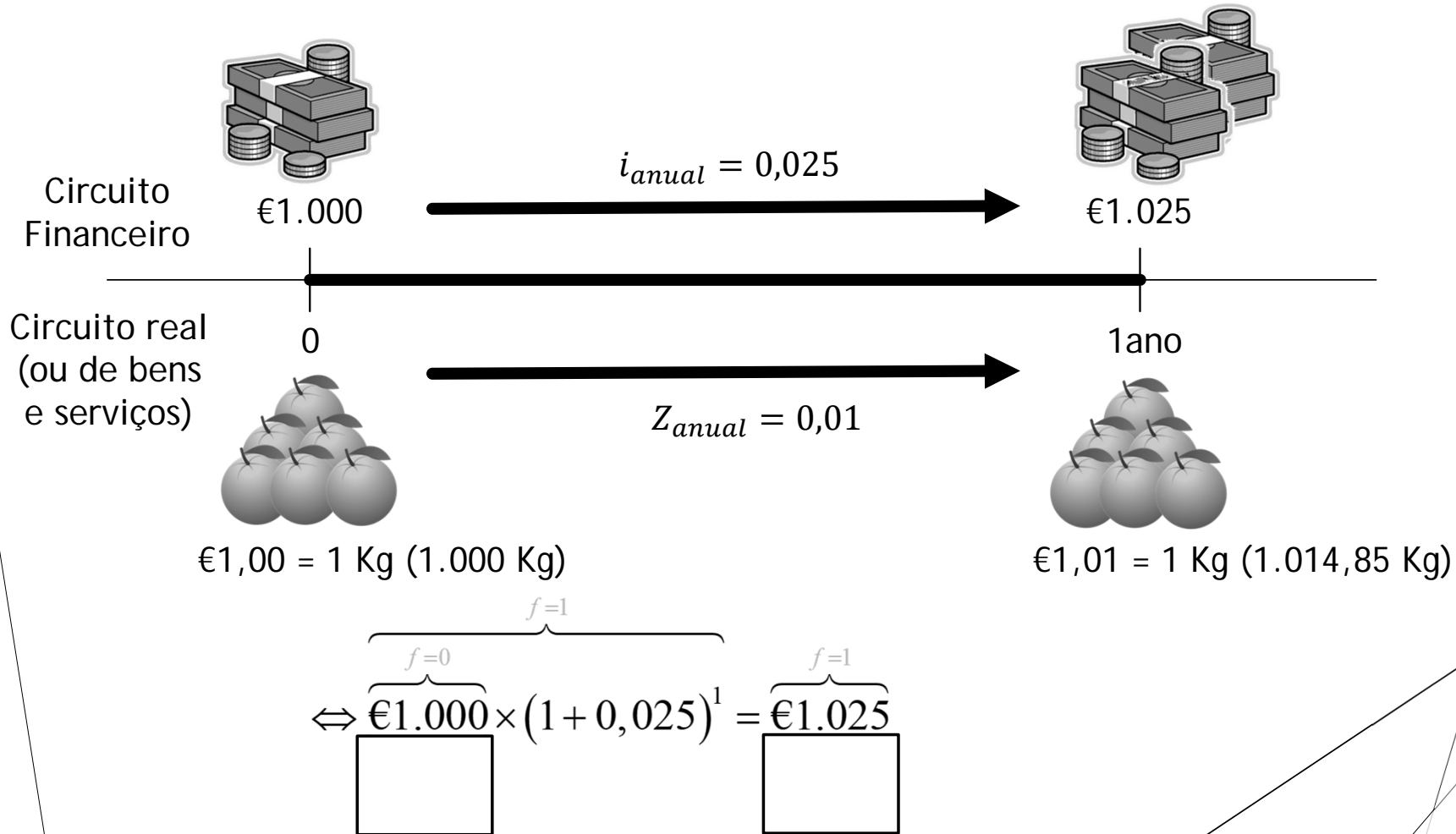
Há uma diminuição real do poder de compra.

A taxa de juro efetiva real é negativa

## Exemplo 2

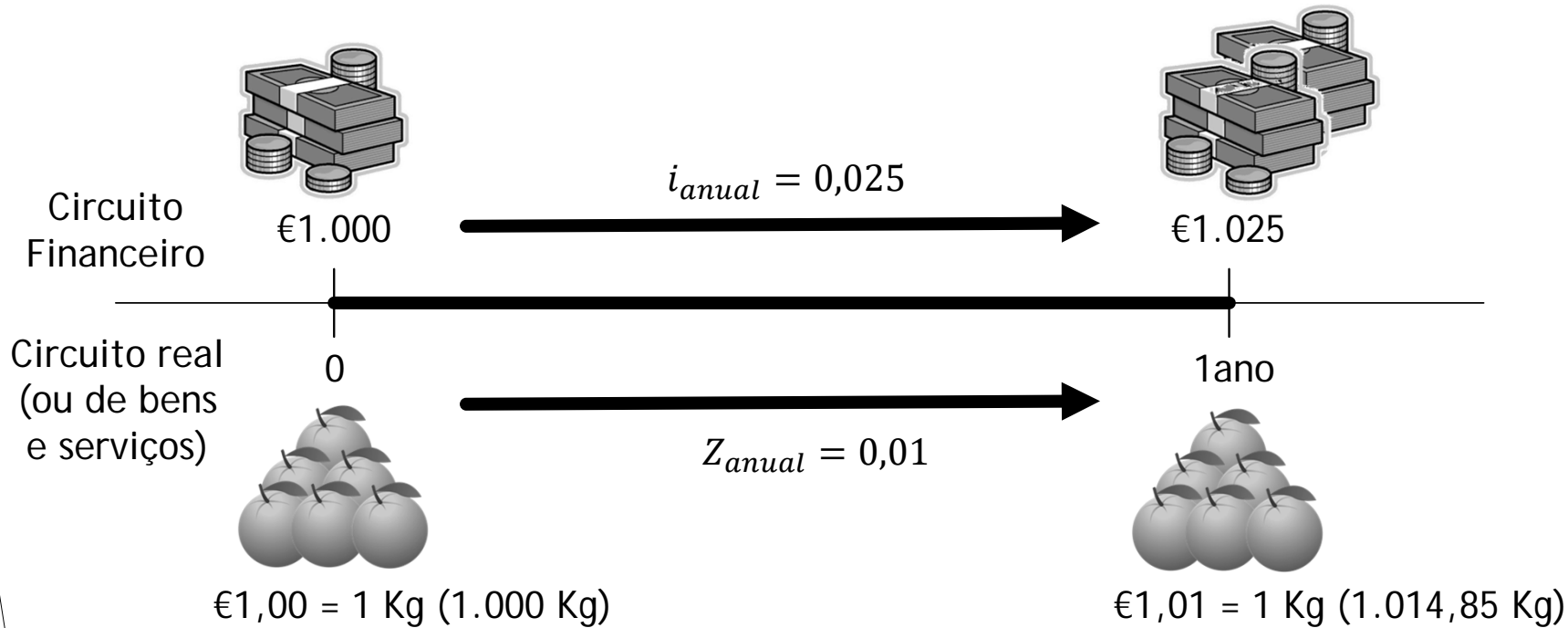


## Exemplo 2



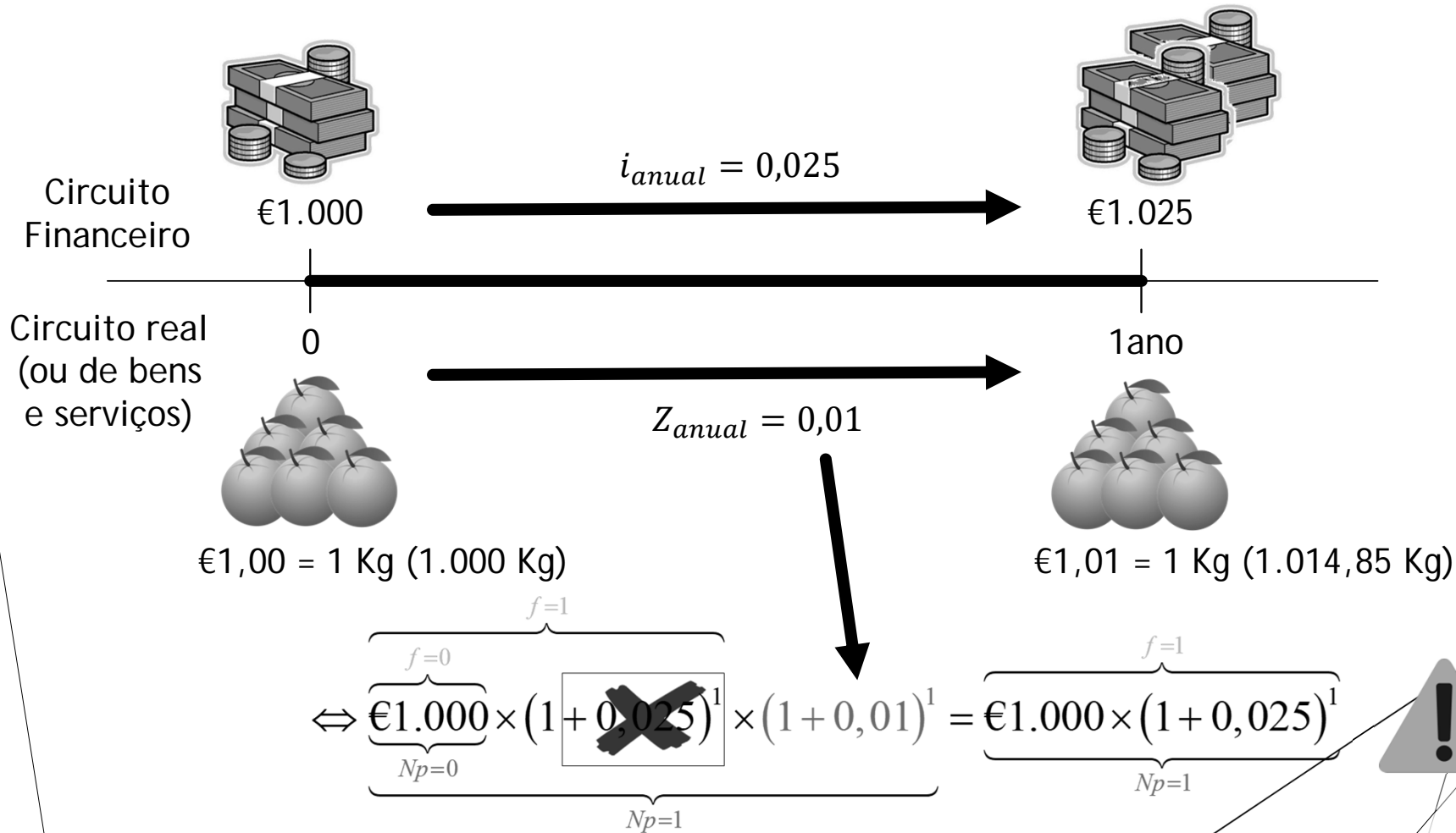


## Exemplo 2



$$\Leftrightarrow \underbrace{\underbrace{\underbrace{\text{€1.000}}_{Np=0}}_{f=0}}_{f=1} \times (1 + 0,025)^1 = \underbrace{\underbrace{\text{€1.000}}_{f=1}}_{f=1} \times (1 + 0,025)^1$$

## Exemplo 2









## Taxa efetiva real média, com taxa fixa

$$C_0 \times (1 + {}_z i)^n = \frac{C_0 \times (1 + i)^n}{(1 + Z)^n}$$

$$\Leftrightarrow (1 + {}_z i)^n = \frac{(1 + i)^n}{(1 + Z)^n}$$

$$\Leftrightarrow \left[ (1 + {}_z i)^n \right]^{\frac{1}{n}} = \left[ \frac{(1 + i)^n}{(1 + Z)^n} \right]^{\frac{1}{n}}$$

$$\Leftrightarrow 1 + {}_z i = \frac{(1 + i)}{(1 + Z)}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{{}_z i = \frac{1 + i}{1 + Z} - 1}$$

## Taxa efetiva real média, com taxas variáveis

$$C_0 \times (1 + {}_z i)^n = \frac{C_0 \times (1 + i_1)^{n_1} \times (1 + i_2)^{n_2} \times (1 + i_3)^{n_3} \times \dots \times (1 + i_n)^{n_n}}{(1 + Z_1)^{m_1} \times (1 + Z_2)^{m_2} \times (1 + Z_3)^{m_3} \times \dots \times (1 + Z_n)^{m_n}}$$

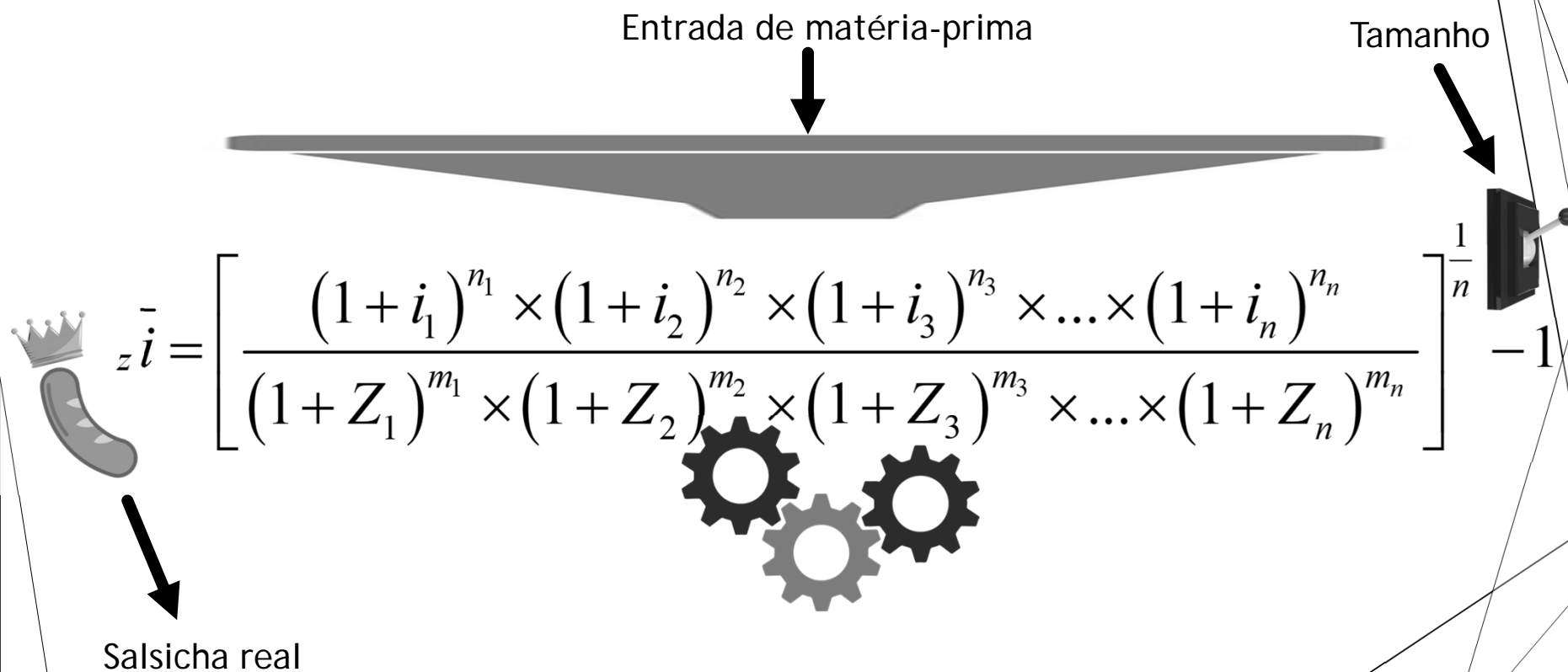
$$\Leftrightarrow (1 + {}_z i)^n = \frac{(1 + i_1)^{n_1} \times (1 + i_2)^{n_2} \times (1 + i_3)^{n_3} \times \dots \times (1 + i_n)^{n_n}}{(1 + Z_1)^{m_1} \times (1 + Z_2)^{m_2} \times (1 + Z_3)^{m_3} \times \dots \times (1 + Z_n)^{m_n}}$$

$$\Leftrightarrow (1 + {}_z i)^n = \frac{(1 + i_1)^{n_1} \times (1 + i_2)^{n_2} \times (1 + i_3)^{n_3} \times \dots \times (1 + i_n)^{n_n}}{(1 + Z_1)^{m_1} \times (1 + Z_2)^{m_2} \times (1 + Z_3)^{m_3} \times \dots \times (1 + Z_n)^{m_n}}$$

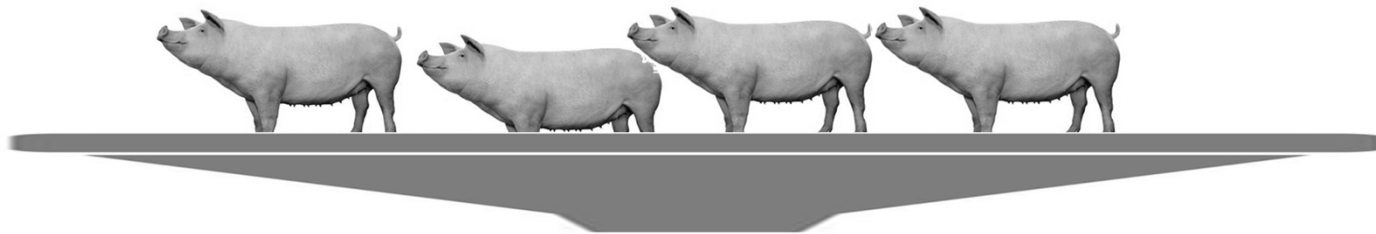
$$\Leftrightarrow (1 + {}_z i) = \left[ \frac{(1 + i_1)^{n_1} \times (1 + i_2)^{n_2} \times (1 + i_3)^{n_3} \times \dots \times (1 + i_n)^{n_n}}{(1 + Z_1)^{m_1} \times (1 + Z_2)^{m_2} \times (1 + Z_3)^{m_3} \times \dots \times (1 + Z_n)^{m_n}} \right]^{\frac{1}{n}}$$

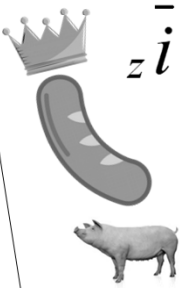
$$\Leftrightarrow {}_z \bar{i} = \left[ \frac{(1 + i_1)^{n_1} \times (1 + i_2)^{n_2} \times (1 + i_3)^{n_3} \times \dots \times (1 + i_n)^{n_n}}{(1 + Z_1)^{m_1} \times (1 + Z_2)^{m_2} \times (1 + Z_3)^{m_3} \times \dots \times (1 + Z_n)^{m_n}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1$$


# A “máquina de salsichas real”



# A “máquina de salsichas real”



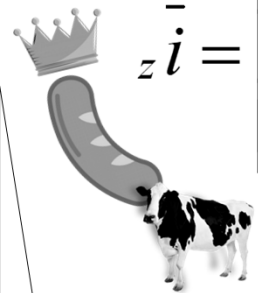


$${}_z\bar{i} = \left[ \frac{(1+i_1)^{n_1} \times (1+i_2)^{n_2} \times (1+i_3)^{n_3} \times \dots \times (1+i_n)^{n_n}}{(1+Z_1)^{m_1} \times (1+Z_2)^{m_2} \times (1+Z_3)^{m_3} \times \dots \times (1+Z_n)^{m_n}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1$$


# A “máquina de salsichas real”

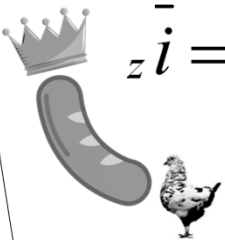



$${}_z\dot{i} = \left[ \frac{(1+i_1)^{n_1} \times (1+i_2)^{n_2} \times (1+i_3)^{n_3} \times \dots \times (1+i_n)^{n_n}}{(1+Z_1)^{m_1} \times (1+Z_2)^{m_2} \times (1+Z_3)^{m_3} \times \dots \times (1+Z_n)^{m_n}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1$$



# A “máquina de salsichas real”








$${}_z\dot{i} = \left[ \frac{(1+i_1)^{n_1} \times (1+i_2)^{n_2} \times (1+i_3)^{n_3} \times \dots \times (1+i_n)^{n_n}}{(1+Z_1)^{m_1} \times (1+Z_2)^{m_2} \times (1+Z_3)^{m_3} \times \dots \times (1+Z_n)^{m_n}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1$$




# A “máquina de salsichas real”

$i_k$







$${}_z\bar{i} = \left[ \frac{(1+i_1)^{n_1} \times (1+i_2)^{n_2} \times (1+i_3)^{n_3} \times \dots \times (1+i_n)^{n_n}}{(1+Z_1)^{m_1} \times (1+Z_2)^{m_2} \times (1+Z_3)^{m_3} \times \dots \times (1+Z_n)^{m_n}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1$$

${}_z i_k$

A “máquina de salsichas real”

$\mathbf{i}_k^c$

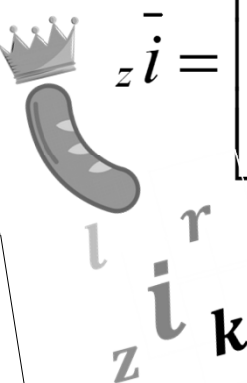


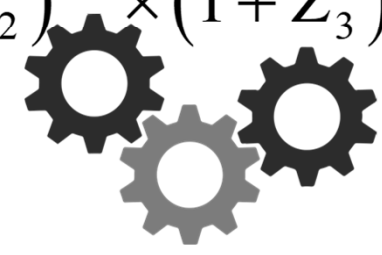
$${}_z\bar{\mathbf{i}}^c = \left[ \frac{(1+i_1)^{n_1} \times (1+i_2)^{n_2} \times (1+i_3)^{n_3} \times \dots \times (1+i_n)^{n_n}}{(1+Z_1)^{m_1} \times (1+Z_2)^{m_2} \times (1+Z_3)^{m_3} \times \dots \times (1+Z_n)^{m_n}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1$$


${}_z\mathbf{i}_k^c$

A “máquina de salsichas real”

$l$   $r$   
 $i$   
 $k$



$${}_z \bar{i} = \left[ \frac{(1+i_1)^{n_1} \times (1+i_2)^{n_2} \times (1+i_3)^{n_3} \times \dots \times (1+i_n)^{n_n}}{(1+Z_1)^{m_1} \times (1+Z_2)^{m_2} \times (1+Z_3)^{m_3} \times \dots \times (1+Z_n)^{m_n}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1$$


## Usando a “máquina de salsichas real”

$${}_z\bar{i} = \left[ \frac{(1+i_1)^{n_1} \times (1+i_2)^{n_2} \times (1+i_3)^{n_3} \times \dots \times (1+i_n)^{n_n}}{(1+Z_1)^{m_1} \times (1+Z_2)^{m_2} \times (1+Z_3)^{m_3} \times \dots \times (1+Z_n)^{m_n}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1$$

Uma aplicação tem:

- Taxa de rentabilidade efetiva líquida trimestral = 1,5% (primeiros 2 anos);
- Taxa de rentabilidade efetiva líquida semestral = 1,9% (restantes 3 anos);
- Taxas de inflação anuais previstas:
  - 1,1% (primeiros 3 anos)
  - 1,7% (últimos 2 anos)

- a) Qual é a taxa de rentabilidade efetiva anual líquida real média prevista?
- b) Qual é a taxa de rentabilidade efetiva mensal líquida real média prevista?

# Usando a “máquina de salsichas real”

a) Qual é a taxa de rentabilidade efetiva anual líquida real média prevista?

$$\overline{{}_z i_a^r} = \left[ \frac{(1+0,015)^8 \times (1+0,019)^6}{(1+0,011)^3 \times (1+0,017)^2} \right]^{\frac{1}{n}} - 1$$

Diagram illustrating the calculation of the effective annual real rate. The formula is shown with arrows indicating the frequency of compounding for each rate component: 8 trimestres (trimestres) for 0,015, 6 semestres (semestres) for 0,019, 3 anos (anos) for 0,011, and 2 semestres (semestres) for 0,017. The exponent  $\frac{1}{n}$  is circled.

$$\Leftrightarrow \overline{{}_z i_a^r} = \left[ \frac{(1+0,015)^8 \times (1+0,019)^6}{(1+0,011)^3 \times (1+0,017)^2} \right]^{\frac{1}{5}} \Leftrightarrow \overline{{}_z i_a^r} = 0,03365501$$

The final result is shown with the exponent  $\frac{1}{5}$  circled, indicating that the total number of periods is 5 years.

# Usando a “máquina de salsichas real”

b) Qual é a taxa de rentabilidade efetiva mensal líquida real média prevista?

$$\overline{{}_z i_m^r} = \left(1 + \overline{{}_z i_a^r}\right)^{\frac{1}{12}} - 1 \Leftrightarrow \overline{{}_z i_m^r} = (1 + 0,03365501)^{\frac{1}{12}} - 1 \Leftrightarrow \overline{{}_z i_m^r} = 0,002762231$$

ou

$$\overline{{}_z i_m^r} = \left[ \frac{(1 + 0,015)^8 \times (1 + 0,019)^6}{(1 + 0,011)^3 \times (1 + 0,017)^2} \right]^{\frac{1}{60}} - 1$$

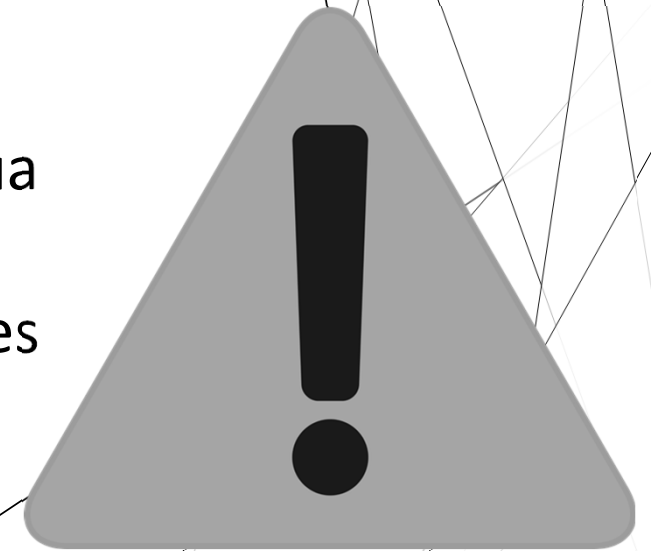
$$\Leftrightarrow \overline{{}_z i_m^r} = \left[ \frac{(1 + 0,015)^8 \times (1 + 0,019)^6}{(1 + 0,011)^3 \times (1 + 0,017)^2} \right]^{\frac{1}{60}} - 1 \Leftrightarrow \overline{{}_z i_m^r} = 0,002762231$$

# Vários tipos de taxas efetivas



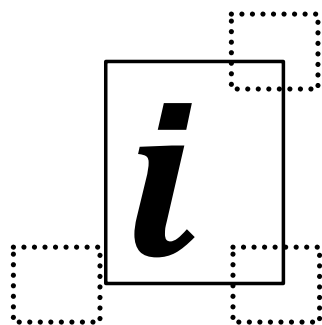
# Equações financeiras e taxas efetivas

- Numa equação financeira **SÓ** pode existir **UM TIPO** de taxa efetiva (independentemente de poder estar expressa em períodos de capitalização distintos);
- O tipo de taxa efetiva utilizado **TEM** de poder relacionar **TODOS** os capitais, atendendo à sua natureza e efeito implícito (**juro, custo de transação, imposto e inflação**), podendo estes estar combinados na mesma equação financeira.





# Indicando as taxas nos financiamentos

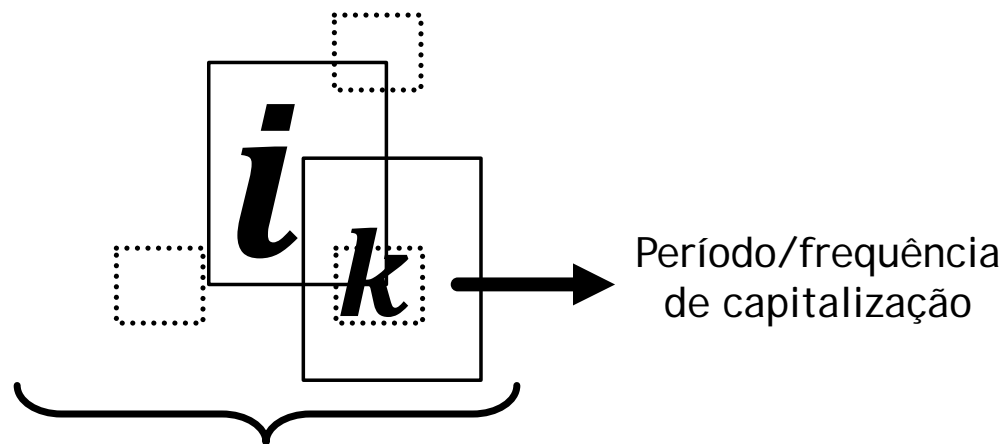


Taxa de **juro** efetiva

ou

Taxa de **juro** efetiva **nominal** (preços correntes)

# Indicando as taxas nos financiamentos

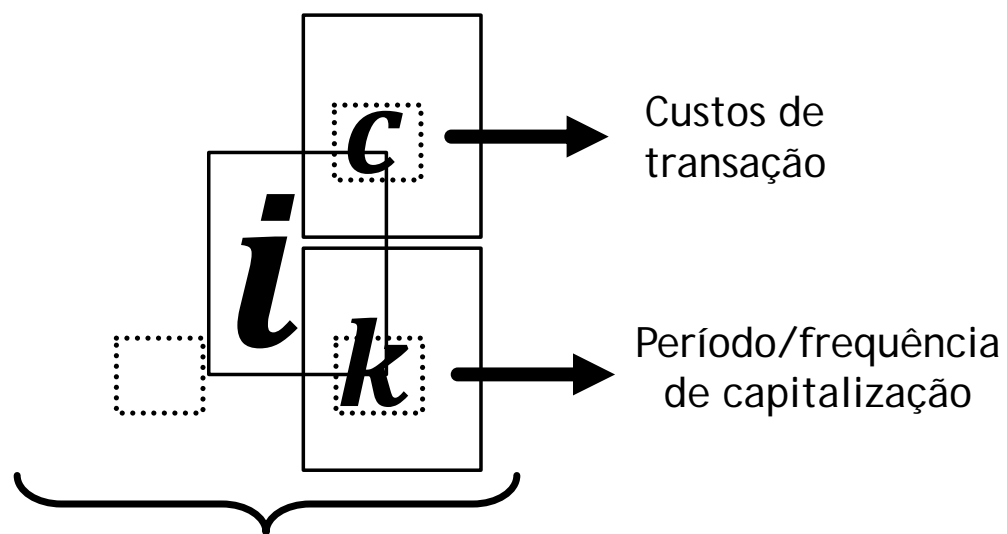


Taxa de **juro** efetiva do **período k**

ou

Taxa de **juro** efetiva **nominal** (preços correntes) do período k

# Indicando as taxas nos financiamentos

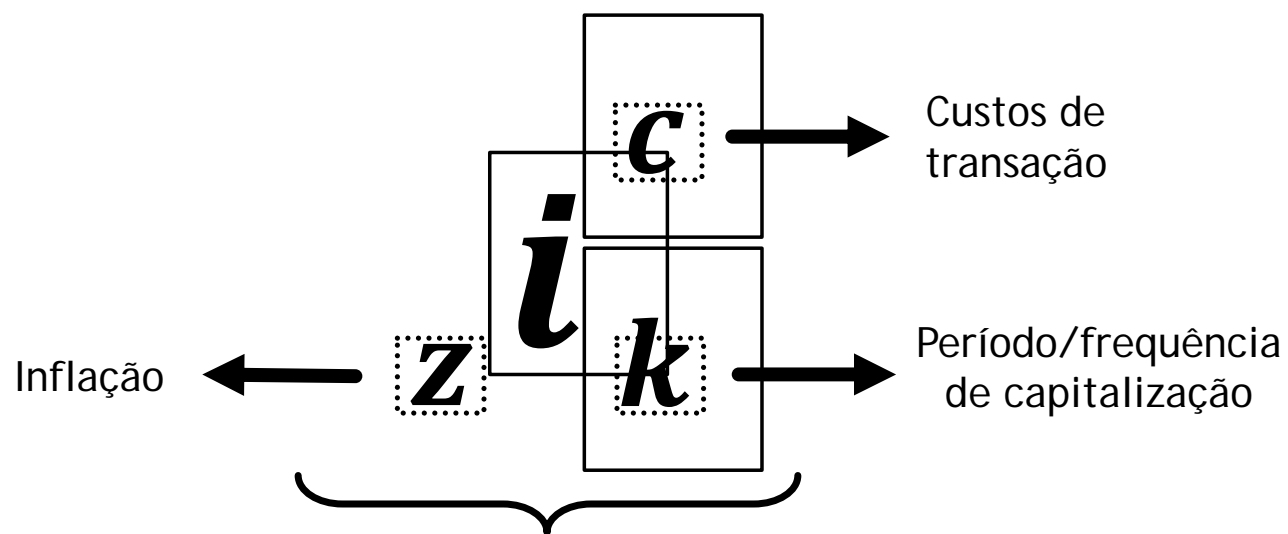


Taxa de **custo** efetiva do **período k**

ou

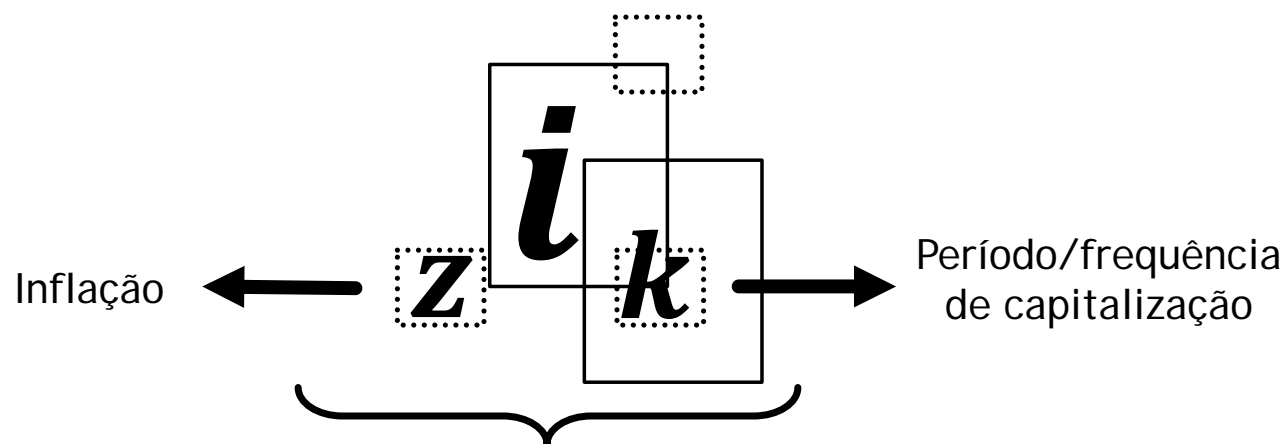
Taxa de **custo** efetiva **nominal** (preços correntes) do **período k**

# Indicando as taxas nos financiamentos



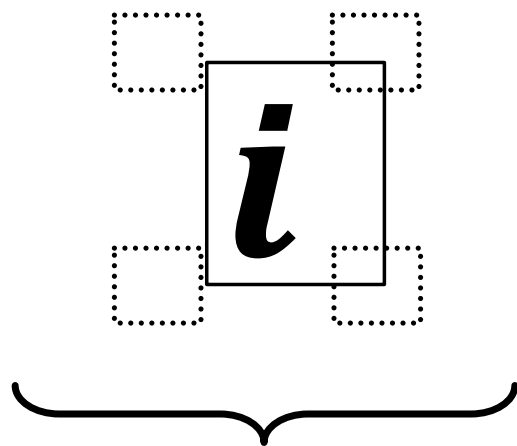
Taxa de **custo** efetiva **real** (preços constantes) do **período k**

# Indicando as taxas nos financiamentos



Taxa de **juro** efetiva **real** (preços constantes) do **período k**

# Indicando as taxas nas aplicações

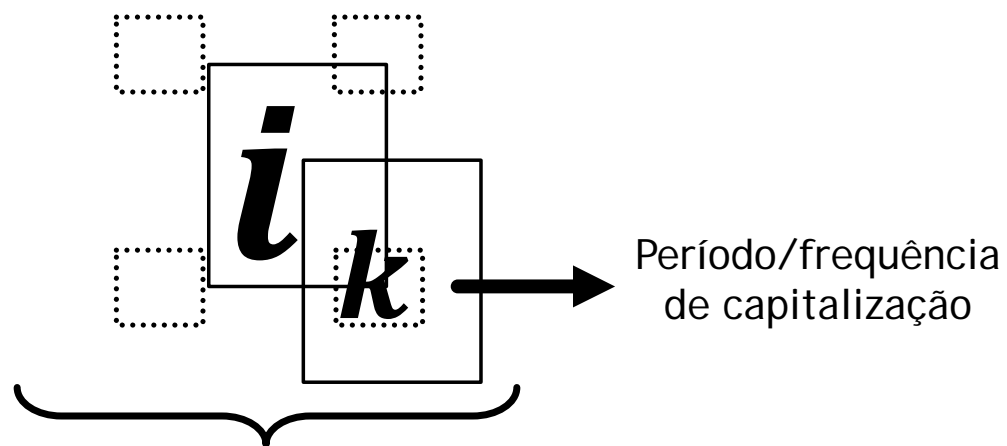


Taxa de juro efetiva

ou

Taxa de **juro** efetiva **nominal** (preços correntes) **bruta**

# Indicando as taxas nas aplicações

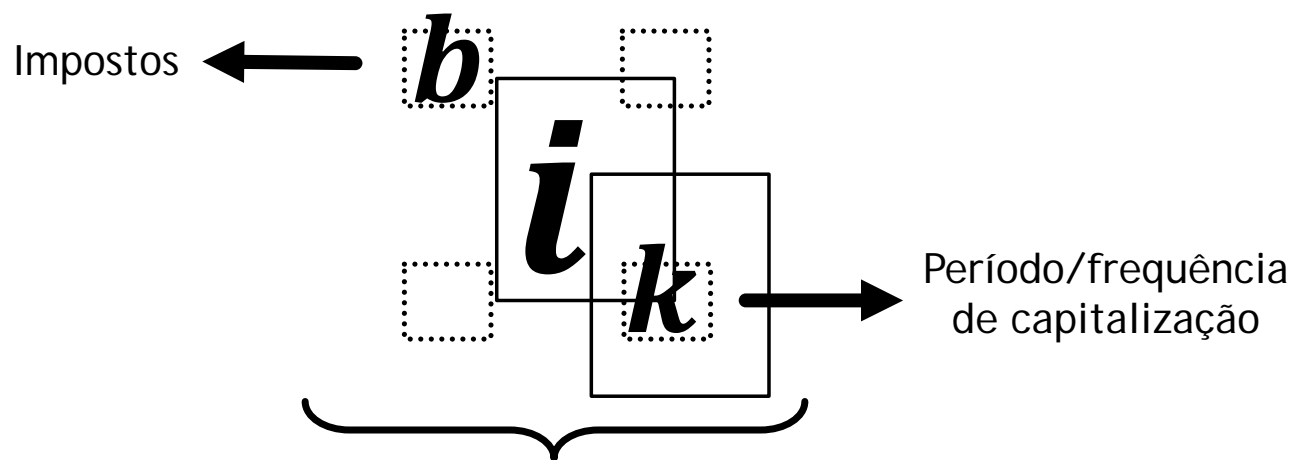


Taxa de **juro** efetiva do **período k**

ou

Taxa de **juro** efetiva **nominal** (preços correntes) **bruta** do **período k**

# Indicando as taxas nas aplicações



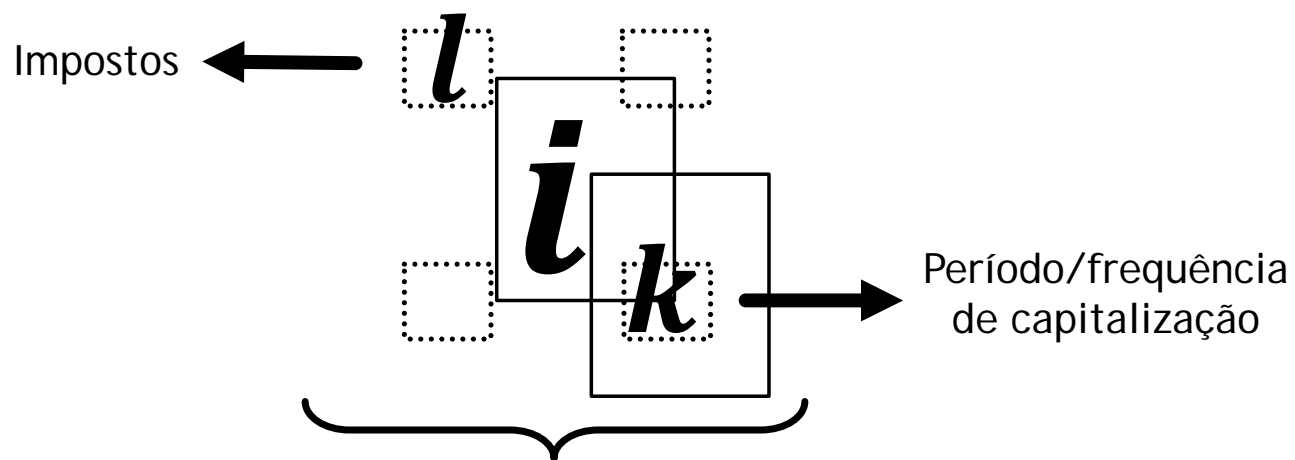
Taxa de **juro** efetiva **bruta** do **período k**

ou

Taxa de **juro** efetiva **nominal** (preços correntes) **bruta** do **período k**



# Indicando as taxas nas aplicações

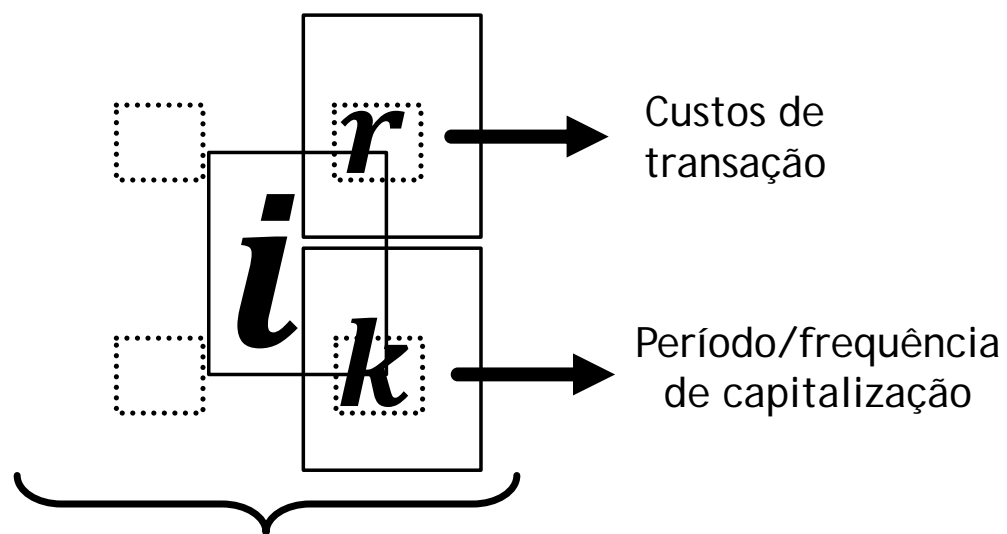


Taxa de **juro** efetiva **líquida** do **período k**

ou

Taxa de **juro** efetiva **nominal** (preços correntes) **líquida** do **período k**

# Indicando as taxas nas aplicações

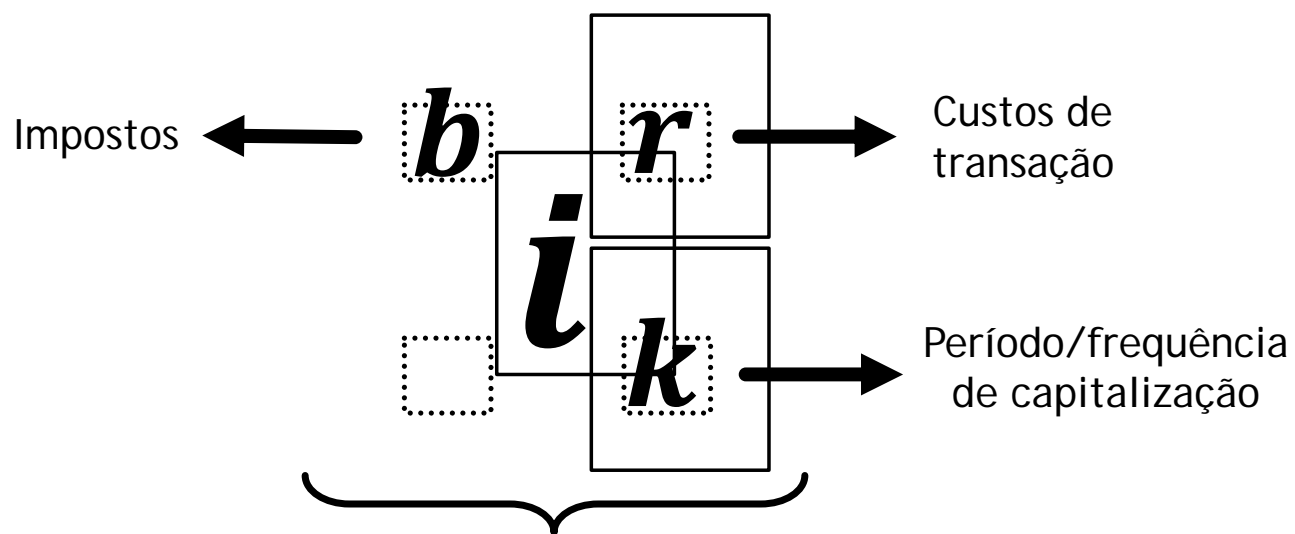


Taxa de **rentabilidade** efetiva do **período k**

ou

Taxa de **rentabilidade** efetiva **bruta nominal** (preços correntes) do **período k**

# Indicando as taxas nas aplicações

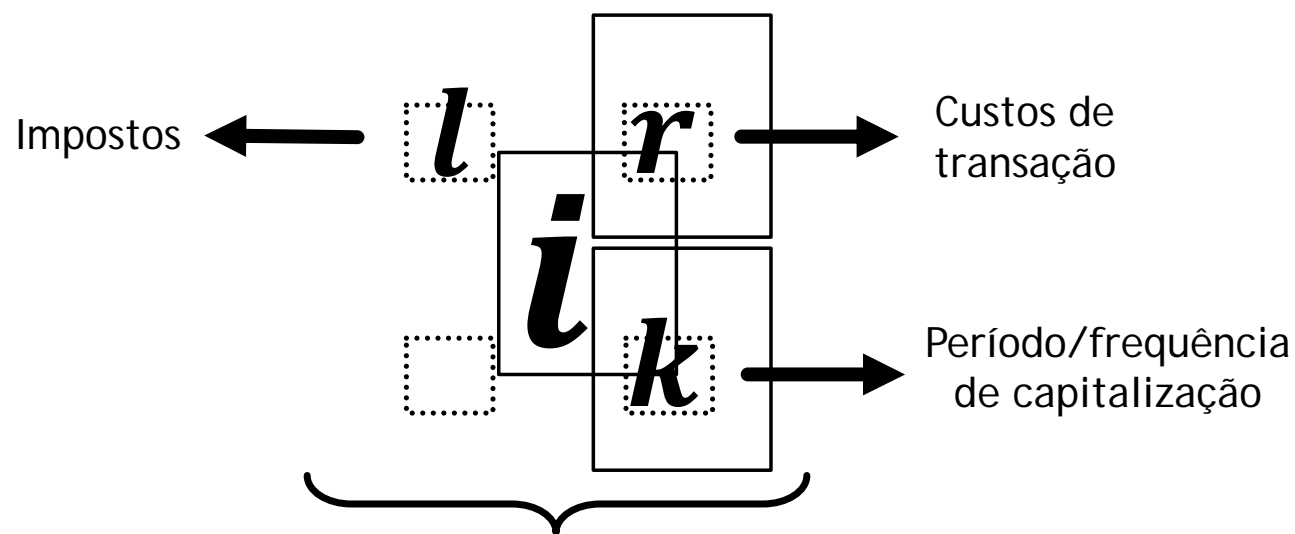


Taxa de **rentabilidade** efetiva **bruta** do **período k**

ou

Taxa de **rentabilidade** efetiva **bruta nominal** (preços correntes) do **período k**

# Indicando as taxas nas aplicações

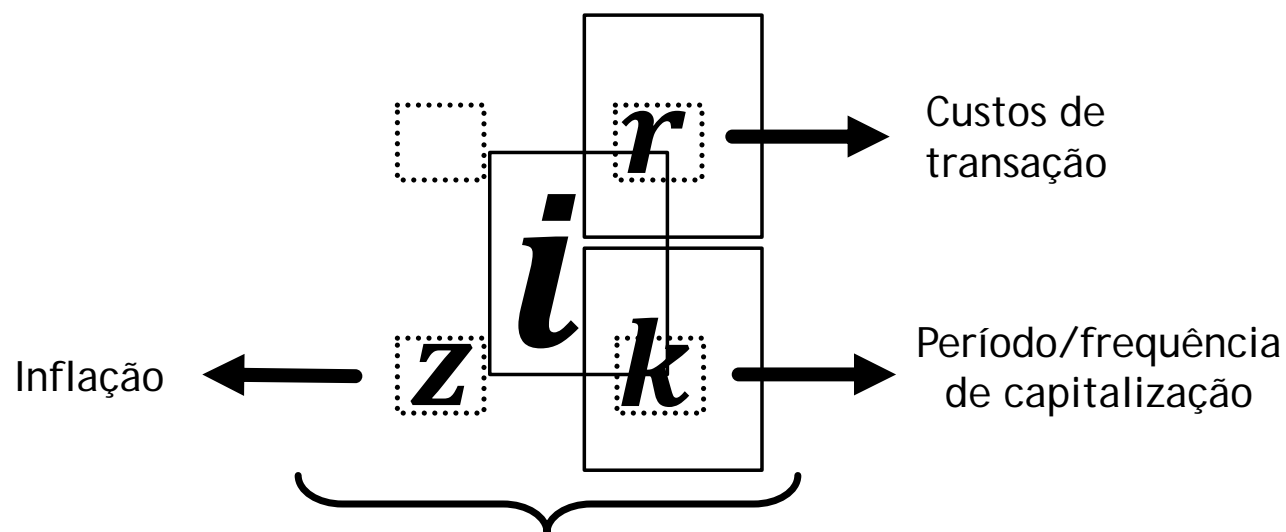


Taxa de **rentabilidade** efetiva **líquida** do **período k**

ou

Taxa de **rentabilidade** efetiva **líquida nominal** (preços correntes) do **período k**

# Indicando as taxas nas aplicações

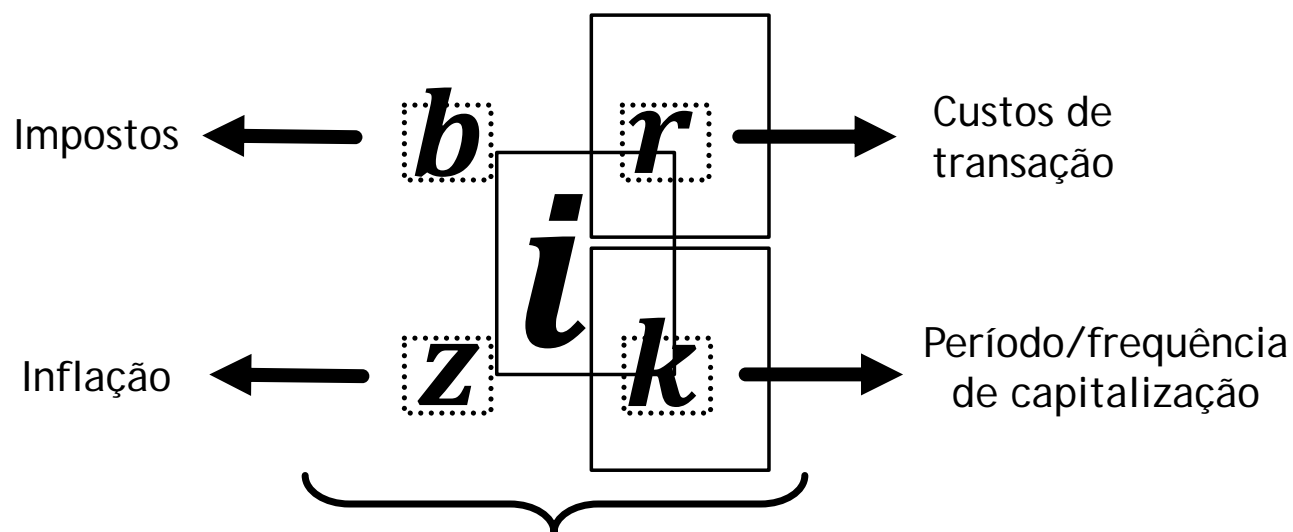


Taxa de **rentabilidade** efetiva **real** (preços constantes) do **período k**

ou

Taxa de **rentabilidade** efetiva **bruta real** (preços constantes) do **período k**

# Indicando as taxas nas aplicações

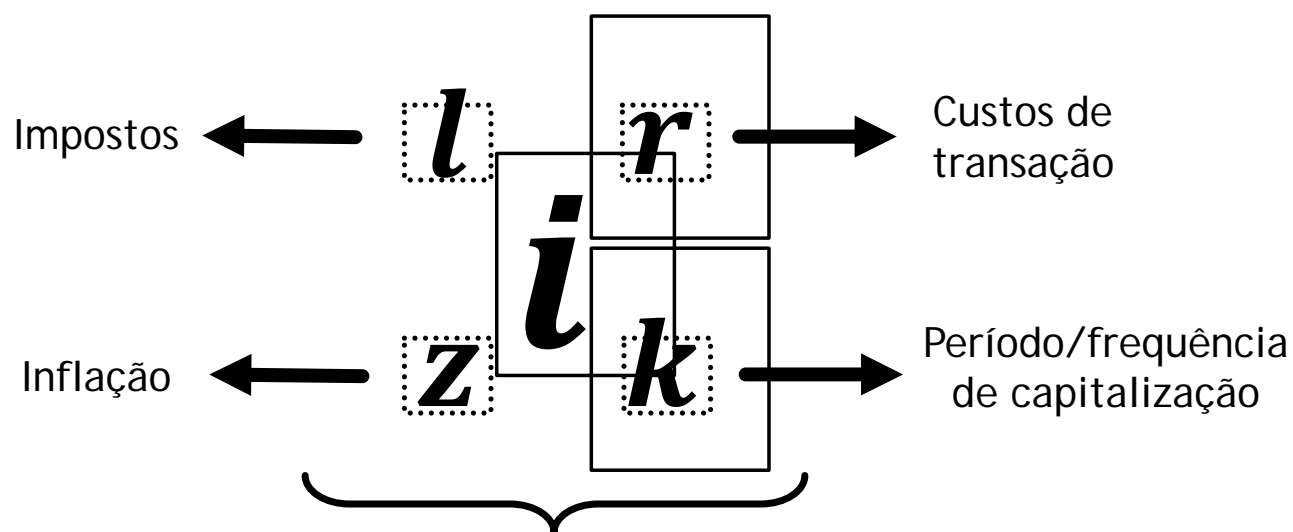


Taxa de **rentabilidade** efetiva **bruta real**  
(preços constantes) do **período k**

ou

Taxa de **rentabilidade** efetiva **bruta real** (preços constantes) do **período k**

# Indicando as taxas nas aplicações



Taxa de **rentabilidade** efetiva **líquida real**  
(preços constantes) do **período k**

ou

Taxa de **rentabilidade** efetiva **líquida real** (preços constantes) do **período k**

# CÁLCULO FINANCEIRO

Capítulo IV

Custos de transação, fiscalidade e inflação

