

CÁLCULO FINANCEIRO

Capítulo III – Serviço de Dívida

Principais conceitos



1

Desdobramento do capital e do juro nas operações financeiras

Capítulo III – Serviço de dívida



2

Serviço de dívida

- É usual apresentar-se esta matéria relacionando-a com as dívidas a pagar.



- Os mesmos princípios vão, contudo, aplicar-se aos direitos de um credor, que legitimamente pretenda conhecer os montantes de empréstimos que concedeu e que ainda estão em dívida, ao longo dos prazos dessas operações financeiras.

3

Serviço de dívida

- As duas principais obrigações do devedor numa operação financeira são a **entrega dos juros** e o **reembolso** (devolução) **do capital**.
- Ao **conjunto dos pagamentos** (que liquidam juros e devolvem capital) que o devedor terá de realizar, chama-se **serviço de dívida**.



4

Serviço de dívida

- Desdobrar os **pagamentos** em **juro** e **parcelas de reembolso de capital** permite simplificar a determinação de capitais em dívida ao longo do prazo da operação financeira.
- Tal desdobramento **pode mesmo**, em certos casos, **eliminar a necessidade da abordagem desenvolvida no segundo capítulo**, substituindo-a por aritmética elementar.



5

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

- Do ponto de vista formal, todos os **pagamentos** num dado momento (P_k) podem ser desdobrados em duas partes, em cada período de capitalização:
 - o **juro** (j_k) e a
 - a **parcela de reembolso de capital** (m_k)



Ou seja:

6

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

- O **juro** (j_k), como já abordado no capítulo 1, corresponde à remuneração do capital emprestado em cada período.
- A **parcela de reembolso de capital** (m_k), corresponde ao montante (incluído no pagamento) que irá afetar o valor em dívida:
 - Se for > 0 , irá **reduzir** o valor em dívida;
 - Se for $= 0$, **não altera** o valor em dívida;
 - Se for < 0 , **aumentará** o valor em dívida



7

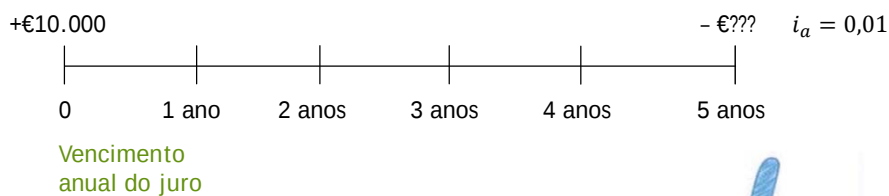
Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

- Havendo capital em dívida e tendo passado tempo, haverá sempre juro a suportar.
- Contudo, isso não quer dizer que haja necessariamente lugar a um pagamento!



8

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital



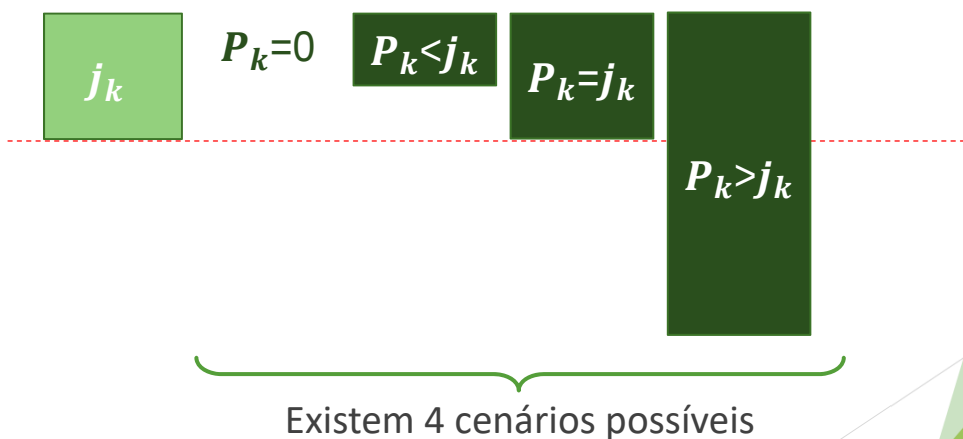
9

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

- Entende-se então que um pagamento pode assumir dois casos:
 - $P_k = 0$, o que implica que nada foi pago ao credor e, portanto, **não há saída** de fundos para o devedor;
 - $P_k > 0$, o que implica que **tem de haver saída de fundos** do devedor para o credor.

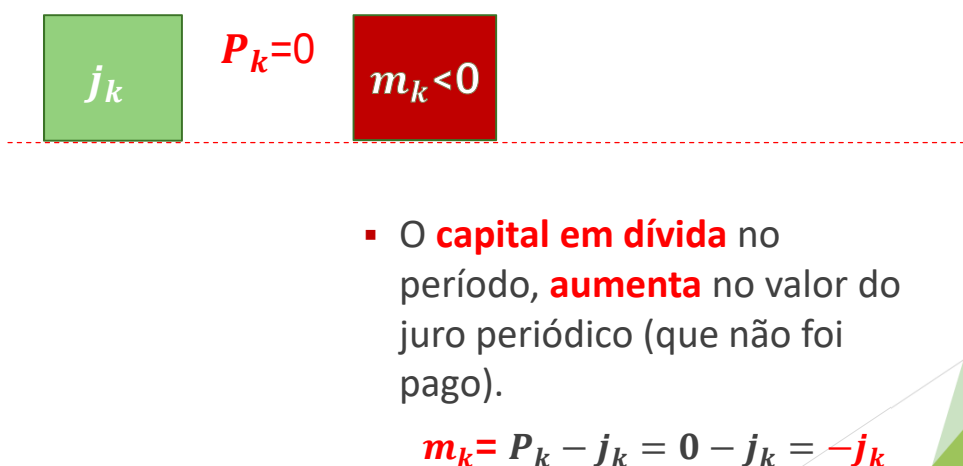
10

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital



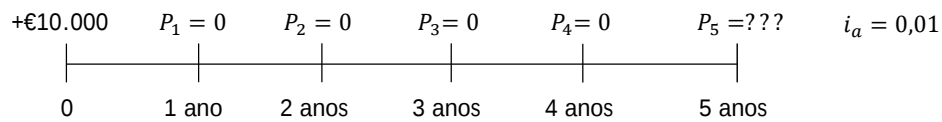
11

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital



12

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

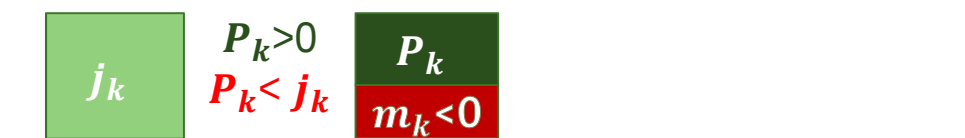


Vencimento
anual do juro

$C_0 = €10.000$	$j_1 = €10.000 \times 0,01 = €100$	$m_1 =$	$P_1 = 0$	$C_1 =$
$C_1 =$	$j_2 =$	$m_2 =$	$P_2 = 0$	$C_2 =$
$C_2 =$	$j_3 =$	$m_3 =$	$P_3 = 0$	$C_3 =$
$C_3 =$	$j_4 =$	$m_4 =$	$P_4 = 0$	$C_4 =$
$C_4 =$	$j_5 =$	$m_5 =$	$P_5 =$	$C_5 = €0$

13

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

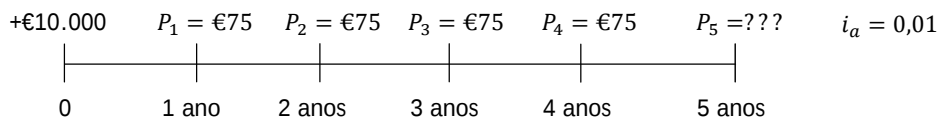


- O **capital em dívida** no período, também **aumenta**, mas apenas no valor do juro periódico que não foi pago.

$$m_k = P_k - j_k$$

14

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital



Vencimento
anual do juro

$C_0 = €10.000$	$j_1 = €10.000 \times 0,01 = €100$	$m_1 =$	$P_1 = €75$	$C_1 =$
$C_1 =$	$j_2 =$	$m_2 =$	$P_2 = €75$	$C_2 =$
$C_2 =$	$j_3 =$	$m_3 =$	$P_3 = €75$	$C_3 =$
$C_3 =$	$j_4 =$	$m_4 =$	$P_4 = €75$	$C_4 =$
$C_4 =$	$j_5 =$	$m_5 =$	$P_5 =$	$C_5 = €0$

15

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

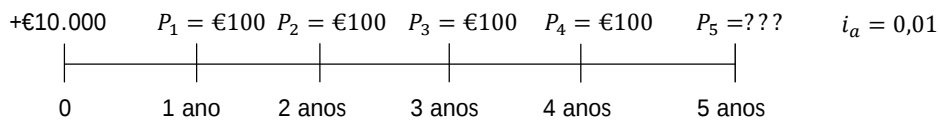


- O **capital em dívida** no período, vai permanecer **inalterado**, pois apenas o juro suportado foi pago.

$$m_k = P_k - j_k = 0$$

16

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

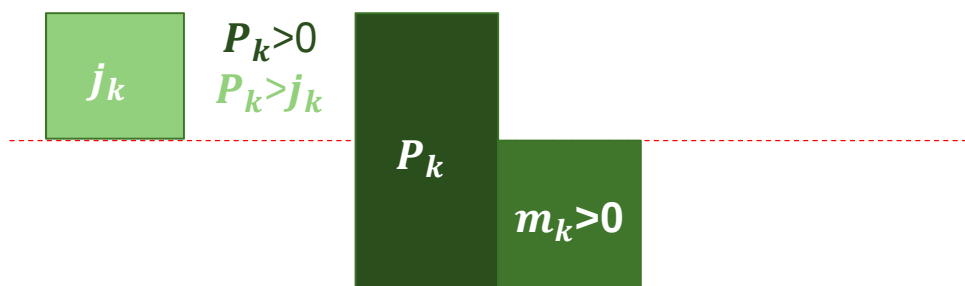


Vencimento
anual do juro

$C_0 = €10.000$	$j_1 = €10.000 \times 0,01 = €100$	$m_1 =$	$P_1 = €100$	$C_1 =$
$C_1 =$	$j_2 =$	$m_2 =$	$P_2 = €100$	$C_2 =$
$C_2 =$	$j_3 =$	$m_3 =$	$P_3 = €100$	$C_3 =$
$C_3 =$	$j_4 =$	$m_4 =$	$P_4 = €100$	$C_4 =$
$C_4 =$	$j_5 =$	$m_5 =$	$P_5 =$	$C_5 = €0$

17

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital

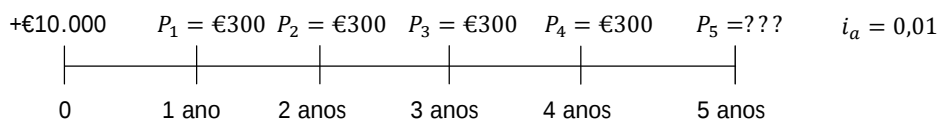


- O **capital em dívida** no período, diminui.

$$m_k = P_k - j_k > 0$$

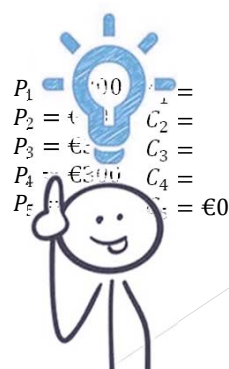
18

Pagamento, juro e parcela de reembolso de capital



Vencimento
anual do juro

$$\begin{array}{lll}
 C_0 = €10.000 & j_1 = €10.000 \times 0,01 = €100 & m_1 = \\
 C_1 = & j_2 = & m_2 = \\
 C_2 = & j_3 = & m_3 = \\
 C_3 = & j_4 = & m_4 = \\
 C_4 = & j_5 = & m_5 =
 \end{array}$$



$$\begin{array}{ll}
 P_1 = €300 & C_1 = \\
 P_2 = €300 & C_2 = \\
 P_3 = €300 & C_3 = \\
 P_4 = €300 & C_4 = \\
 P_5 = €0 & C_5 = €0
 \end{array}$$

19

Representação gráfica



- A combinação entre a forma de reembolsar o capital e a de entregar os juros, traduzem casos específicos do desdobramento geral do serviço de dívida, acima representado.
- A cada forma anterior, chamamos **modalidade de serviço de dívida**

20

Representação gráfica

- O desdobramento está intrinsecamente relacionado com os axiomas (“regras de ouro”) do cálculo financeiro, nomeadamente:



o primeiro, ou seja, a **existência de capital e tempo implica a existência de juro**; e o



terceiro, ou seja, o **juro em cada período de capitalização é igual ao capital do início desse período, multiplicado pela taxa de juro** referida ao mesmo período).

21

Mapa de serviço de dívida

- Usualmente a apresentação e análise de um serviço de dívida faz-se através do **mapa de serviço de dívida**.
- Neste mapa apresentam-se os **pagamentos** desdobrados em **juro** e **parcela de reembolso de capital**, bem como o capital inicial e final em dívida, em cada período de capitalização.
- A sua estrutura mais frequente é a seguinte:



22

Mapa de serviço de dívida

Período	CDIP ¹	Parcela de juro	Parcela de reembolso	Pagamento	CDFP ²
k	C_{k-1}	j_k	m_k	P_k	C_k
1	C_0	$j_1 = C_0 \times i_1$	m_1	$P_1 = j_1 + m_1$	$C_1 = C_0 - m_1$
2	C_1	$j_2 = C_1 \times i_2$	m_2	$P_2 = j_2 + m_2$	$C_2 = C_1 - m_2$
...	...	...	...	...	...
t	C_{t-1}	$j_t = C_{t-1} \times i_t$	m_t	$P_t = j_t + m_t$	$C_t = C_{t-1} - m_t$
t+1	C_t	$j_{t+1} = C_t \times i_{t+1}$	m_{t+1}	$P_{t+1} = j_{t+1} + m_{t+1}$	$C_{t+1} = C_t - m_{t+1}$
...	...	...	...	...	...
n	C_{n-1}	$j_n = C_{n-1} \times i_n$	m_n	$P_n = j_n + m_n$	$C_n = C_{n-1} - m_n$

¹ Capital em dívida no início do período

² Capital em dívida no final do período

Se a taxa de juro efetiva **permanecer a mesma**:

$$i_1 = i_2 = \dots = i_t = i_{t+1} = \dots = i_n = i$$

23

Mapa de serviço de dívida

Período	CDIP ¹	Parcela de juro	Parcela de reembolso	Pagamento	CDFP ²
k	C_{k-1}	j_k	m_k	P_k	C_k
1	C_0	$j_1 = C_0 \times i_1$	m_1	$P_1 = j_1 + m_1$	$C_1 = C_0 - m_1$
2	C_1	$j_2 = C_1 \times i_2$	m_2	$P_2 = j_2 + m_2$	$C_2 = C_1 - m_2$
...	...	...	...	...	...
t	C_{t-1}	$j_t = C_{t-1} \times i_t$	m_t	$P_t = j_t + m_t$	$C_t = C_{t-1} - m_t$
t+1	C_t	$j_{t+1} = C_t \times i_{t+1}$	m_{t+1}	$P_{t+1} = j_{t+1} + m_{t+1}$	$C_{t+1} = C_t - m_{t+1}$
...	...	...	...	...	...
n	C_{n-1}	$j_n = C_{n-1} \times i_n$	m_n	$P_n = j_n + m_n$	$C_n = C_{n-1} - m_n$

¹ Capital em dívida no início do período

² Capital em dívida no final do período

Se a taxa de juro efetiva se **alterar** ao longo do prazo:
então i_k ($k = 1, \dots, n$) será a que está em vigor no período k

24

Última linha do mapa de serviço de dívida

Período	CDIP ¹	Parcela de juro	Parcela de reembolso	Pagamento	CDFP ²
k	C_{k-1}	j_k	m_k	P_k	C_k
n	C_{n-1}	$j_n = C_{n-1} \times i_n$	m_n	$P_n = j_n + m_n$	$C_n = C_{n-1} - m_n$

- Como o capital em dívida no fim do último período é igual a **€0** (ou seja, já nada se deve), então:

25

Última linha do mapa de serviço de dívida

Período	CDIP ¹	Parcela de juro	Parcela de reembolso	Pagamento	CDFP ²
k	C_{k-1}	j_k	m_k	P_k	C_k
n	m_n	$j_n = m_n \times i_n$	m_n	$P_n = m_n \times (1 + i_n)$	$C_n = 0$

- Como o capital em dívida no fim do último período é igual a **€0** (ou seja, já nada se deve), então:

$$C_n = C_{n-1} - m_n = 0$$

$$\Leftrightarrow C_{n-1} = m_n$$

Logo:

$$j_n = C_{n-1} \times i_n = m_n \times i_n$$

$$P_n = j_n + m_n = m_n \times i_n + m_n = m_n \times (1 + i_n)$$

26

Última linha do mapa de serviço de dívida

Período	CDIP ¹	Parcela de juro	Parcela de reembolso	Pagamento	CDFP ²
k	C_{k-1}	j_k	m_k	P_k	C_k
n	m_n	$j_n = m_n \times i_n$	m_n	$P_n = m_n \times (1 + i_n)$	$C_n = 0$

- De referir também que o **capital inicial do empréstimo** será sempre **igual** ao **somatório de TODAS as parcelas de reembolso de capital**, ou seja:

$$C_0 = \sum_{k=1}^n m_k$$

27



Modalidades de serviço de dívida

Capítulo III – Serviço de dívida



28