

# CÁLCULO FINANCEIRO

Capítulo I – Regimes de capitalização em que o juro não capitaliza

1

Tempo é dinheiro!



O segundo axioma do cálculo financeiro estabelece que nos cálculos a efetuar, todos os capitais envolvidos **TÊM** de estar reportados ao mesmo momento. Assim, é necessário saber como fazer **avançar (capitalizar)** e **recuar (descontar)** os capitais no tempo.

Contudo, a forma de o fazer **depende** dos **regimes de capitalização** (que contêm as regras de produção dos juros)

2

# CAPITALIZAÇÃO

Capitalizar é avançar capitais no tempo

O juro **não** capitaliza  
(**não** gera juros)

3

## Regime de juro simples (RJS)

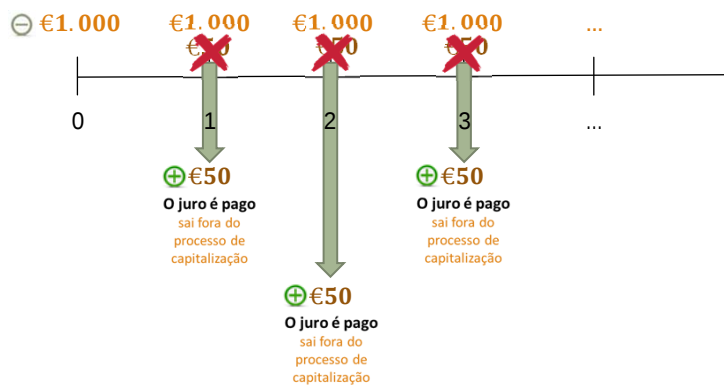
| Período | Capital inicial do período | Juro periódico | Juro pago | Cap. Final do período |
|---------|----------------------------|----------------|-----------|-----------------------|
| 1       | 1.000,00                   | 50,00          | 50,00     | 1.000,00              |
| 2       | 1.000,00                   | 50,00          | 50,00     | 1.000,00              |
| 3       | 1.000,00                   | 50,00          | 50,00     | 1.000,00              |
| 4       | 1.000,00                   | 50,00          | 50,00     | 1.000,00              |
| 5       | 1.000,00                   | 50,00          | 50,00     | 1.000,00              |
| 6       | 1.000,00                   | 50,00          | 50,00     | 1.000,00              |
| 7       | 1.000,00                   | 50,00          | 50,00     | 1.000,00              |
| 8       | 1.000,00                   | 50,00          | 50,00     | 1.000,00              |
| 9       | 1.000,00                   | 50,00          | 50,00     | 1.000,00              |
| 10      | 1.000,00                   | 50,00          | 50,00     | 1.000,00              |
| ...     | 1.000,00                   | 50,00          | 50,00     | 1.000,00              |

$i_{contratada} = 5\%$

O juro gerado em cada período é pago, saindo do processo de capitalização (nunca acumula com o capital inicial)

4

## Regime de juro simples (RJS)



$i_{contratada} = 5\%$

5

## Regime de retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC)

| Período | Capital inicial do período | Juro periódico | Juro acumulado | Cap. Final do período |
|---------|----------------------------|----------------|----------------|-----------------------|
| 1       | 1.000,00                   | 50,00          | 50,00          | 1.050,00              |
| 2       | 1.000,00                   | 50,00          | 100,00         | 1.100,00              |
| 3       | 1.000,00                   | 50,00          | 150,00         | 1.150,00              |
| 4       | 1.000,00                   | 50,00          | 200,00         | 1.200,00              |
| 5       | 1.000,00                   | 50,00          | 250,00         | 1.250,00              |
| 6       | 1.000,00                   | 50,00          | 300,00         | 1.300,00              |
| 7       | 1.000,00                   | 50,00          | 350,00         | 1.350,00              |
| 8       | 1.000,00                   | 50,00          | 400,00         | 1.400,00              |
| 9       | 1.000,00                   | 50,00          | 450,00         | 1.450,00              |
| 10      | 1.000,00                   | 50,00          | 500,00         | 1.500,00              |

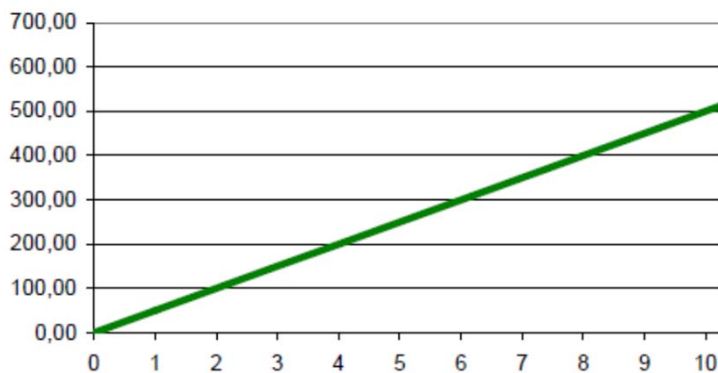
$i_{contratada} = 5\%$

O juro gerado em cada período é retido, (acumulando com o capital inicial), mas **nunca** gera juros.

6

## Regime de retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC)

**Juro acumulado**

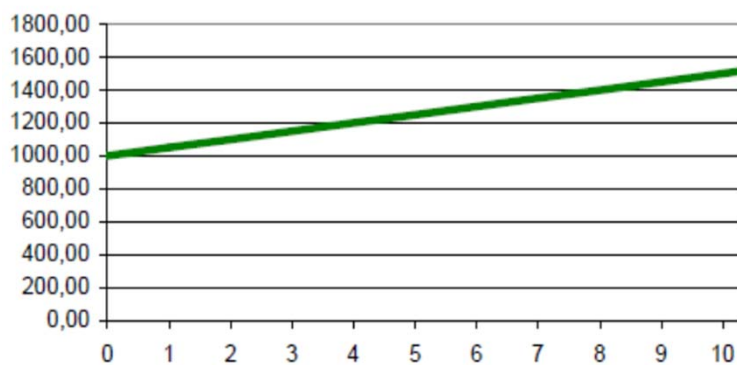


$$i_c = 5\%$$

7

## Regime de retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC)

**Capital acumulado**



$$i_c = 5\%$$

8

## Proporcionalidade de juros e taxas de juro

As taxas de juro e o juro **são proporcionais**

$$i_1 = 5\%$$

$$€50 = J_1$$

$$i_5 = ?\%$$

$$€? = J_5$$

$$i_5 = \frac{0,05 \times 5}{1} = 0,25$$

$$J_5 = \frac{€50 \times 5}{1} = €250$$

9

## Retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC)

Neste regime de capitalização, o **juro periódico** ( $j_k$  com  $k = 1, 2, 3, \dots$ ) **é sempre calculado sobre o capital inicial** ( $C_0$ ). Os **juros são acumulados (retidos)** na operação financeira (aumentando o valor do capital acumulado), **mas nunca produzem juros**.

A capitalização (e o consequente aumento do capital inicial) deriva **apenas** da produção de juros sobre o **capital inicial**.

10

## Regime de retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC)

### Com taxa contratada fixa

$$C_1 = C_0 + j_1 = C_0 + C_0 \times i_c = C_0 \times (1 + i_c)$$

$$C_2 = C_1 + j_2 = C_1 + C_0 \times i_c = C_0 \times (1 + 2 \times i_c)$$

$$C_3 = C_2 + j_3 = C_2 + C_0 \times i_c = C_0 \times (1 + 3 \times i_c)$$

...

$$C_n = C_{n-1} + j_n = C_{n-1} + C_0 \times i_c = C_0 \times (1 + n \times i_c)$$

11

## Regime de retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC)

### Com taxa contratada fixa

$$C_t = C_0 \times (1 + t \times i_c)$$

12

## Regime de retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC)

### Com taxas contratadas variáveis

$$C_n = C_0 \times (1 + i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \dots + i_{c_n} \times n_n), \text{ e } n = \text{tempo de cap. taxa } i_c; i_c = \text{taxa contratada}$$

13

## Regime de retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC)

| Período | Capital inicial do período | Juro periódico | Juro acumulado | Cap. Final do período |
|---------|----------------------------|----------------|----------------|-----------------------|
| 1       | 1.000,00                   | 50,00          | 50,00          | 1.050,00              |
| 2       | 1.000,00                   | 50,00          | 100,00         | 1.100,00              |
| 3       | 1.000,00                   | 50,00          | 150,00         | 1.150,00              |
| 4       | 1.000,00                   | 50,00          | 200,00         | 1.200,00              |
| 5       | 1.000,00                   | 40,00          | 240,00         | 1.240,00              |
| 6       | 1.000,00                   | 40,00          | 280,00         | 1.280,00              |
| 7       | 1.000,00                   | 40,00          | 320,00         | 1.320,00              |
| 8       | 1.000,00                   | 40,00          | 360,00         | 1.360,00              |
| 9       | 1.000,00                   | 40,00          | 400,00         | 1.400,00              |
| 10      | 1.000,00                   | 40,00          | 440,00         | 1.440,00              |

$i_{\text{contratada}} = 5\%$

$i_{\text{contratada}} = 4\%$

O juro gerado em cada período é retido, (acumulando com o capital inicial), mas **nunca** gera juros.

14

## Regime de retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC)

### Com taxas contratadas variáveis

$$C_n = C_0 \times (1 + i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2), \text{ e } n = \text{tempo de cap. taxa } i_c; i_c = \text{taxa contratada}$$

$$C_9 = €1.000 \times (1 + 0,05 \times 4 + 0,04 \times 5), = €1.400$$

15

## DESCONTO



O juro **não** capitaliza  
(**não** gera juros)

16

## Desconto por dentro ( $D_d$ )

17

### Desconto por dentro (desconto racional)

Este desconto é a **operação inversa** do Regime de retenção de juros sem capitalização dos mesmos (RRJSC), pelo que a lógica financeira e as operações matemáticas são semelhantes (mas em sentido inverso).

**Exemplo:**

$$C_t = C_0 \times (1 + t \times i_c) \Leftrightarrow C_0 = \frac{C_t}{(1 + t \times i_c)}$$

18

## Desconto por dentro (desconto racional)

### Com taxa contratada fixa (única):

Valor do desconto:

$$D_d = C_0 \times n \times i_c$$

Capital descontado:

$$C_{n-t} = C_n - D_d = C_n - C_0 \times t \times i_c$$

Capital inicial:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1 + n \times i_c)}$$

19

## Desconto por dentro (desconto racional)

### Com taxas contratadas variáveis:

Valor do desconto:

$$D_d = C_0 \times (i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \dots + i_{c_n} \times n_n)$$

Capital descontado:

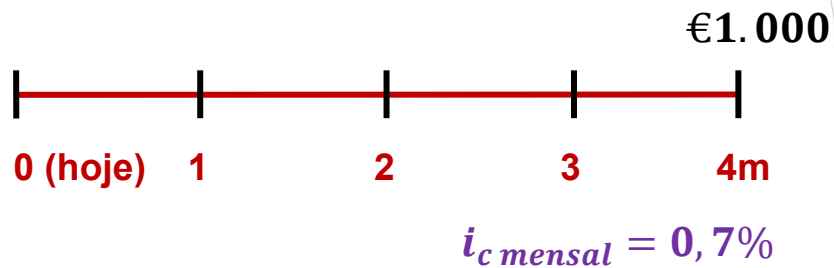
$$C_{n-t} = C_n - D_d = C_n - C_0 \times (i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \dots + i_{c_t} \times n_t)$$

Capital inicial:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1 + i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \dots + i_{c_n} \times n_n)}$$

20

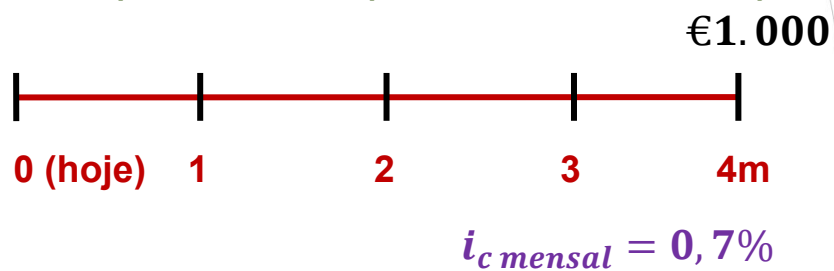
### Desconto por dentro (desconto racional)



- a. Valor a receber se descontado hoje (0)?
- b. Valor a receber se descontado 3 meses antes do vencimento (1m)?

21

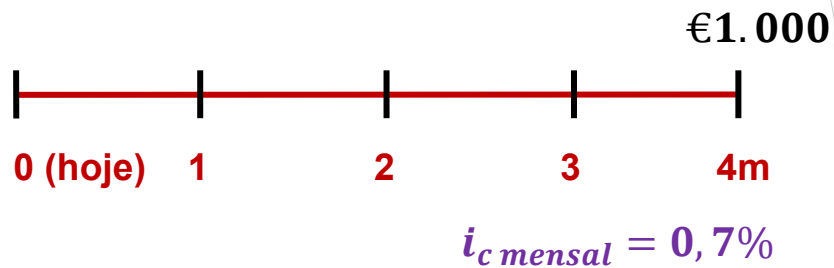
### Desconto por dentro (desconto racional)



- a. (0 hoje)

22

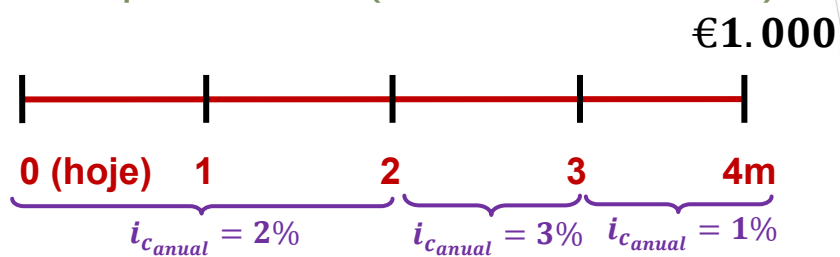
### Desconto por dentro (desconto racional)



b. (1m)

23

### Desconto por dentro (desconto racional)

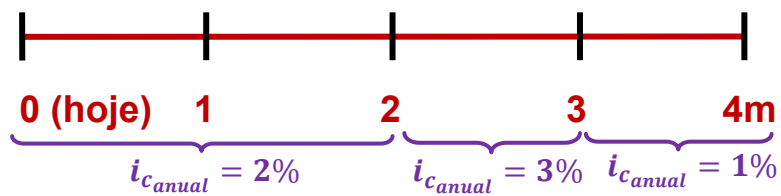


- a. Valor a receber se descontado hoje (0)?
- b. Valor a receber se descontado 3 meses antes do vencimento (1m)?

24

## Desconto por dentro (desconto racional)

€1.000

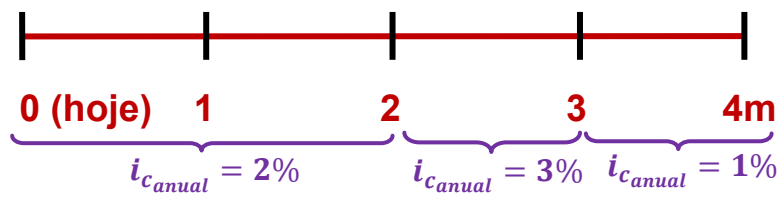


a. Hoje (0)

25

## Desconto por dentro (desconto racional)

€1.000



b. (1m)

26

## Desconto por fora ( $D_f$ )

27

### Desconto por fora (desconto comercial)

#### Com taxa contratada fixa (única)

Valor do desconto:

$$D_f = C_n \times n \times i_c$$

Capital descontado:

$$C_{n-t} = C_n - D_f = C_n \times (1 - t \times i_c)$$

Capital inicial:

$$C_0 = C_n - C_n \times n \times i_c = C_n \times (1 - n \times i_c)$$

28

## Desconto por fora (desconto comercial)

### Com taxas contratadas variáveis

Valor do desconto:

$$D_f = C_n \times (i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \dots + i_{c_n} \times n_n)$$

Capital descontado:

$$C_{n-t} = C_n - D_f = C_n \times (1 - (i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \dots + i_{c_t} \times n_t))$$

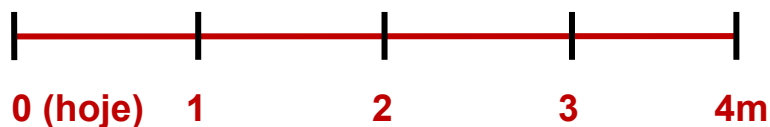
Capital inicial:

$$C_0 = C_n - D_f = C_n \times (1 - (i_{c_1} \times n_1 + i_{c_2} \times n_2 + \dots + i_{c_n} \times n_n))$$

29

## Desconto por fora (desconto comercial)

€1.000

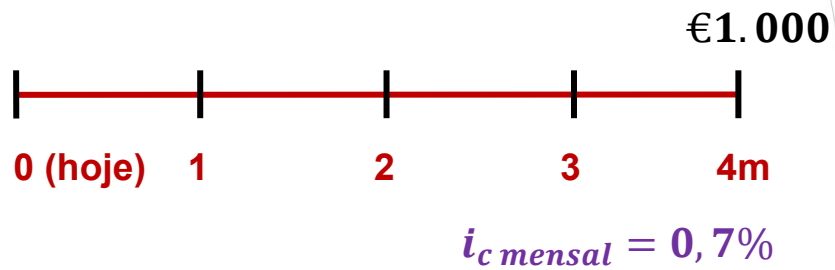


$i_{c \text{ mensal}} = 0,7\%$

- Valor a receber se descontado hoje (0)?
- Valor a receber se descontado 3 meses antes do vencimento (1)?

30

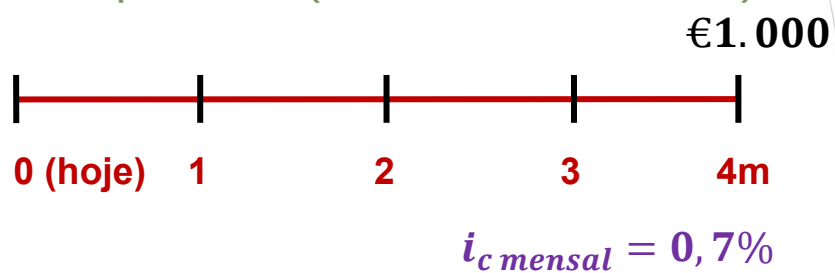
### Desconto por fora (desconto comercial)



a. (0 hoje)

31

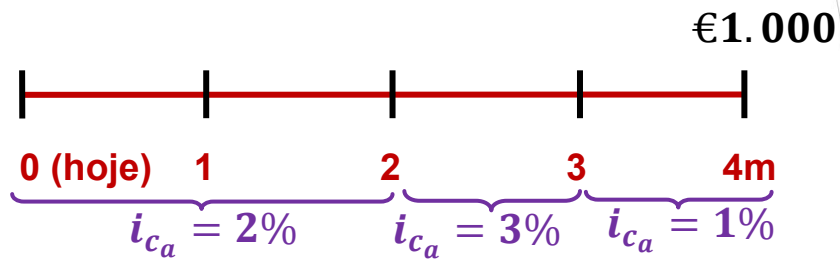
### Desconto por fora (desconto comercial)



b. (1m)

32

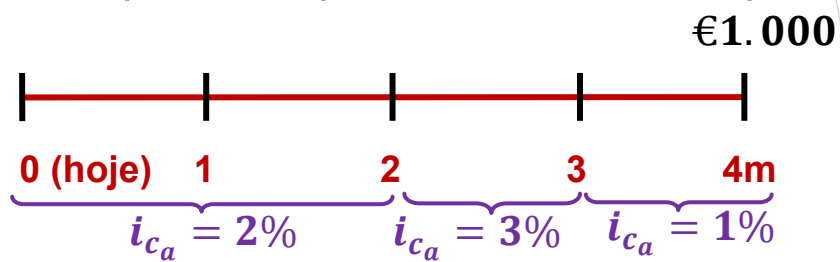
## Desconto por fora (desconto comercial)



- a. Valor a receber se descontado hoje (0)?
- b. Valor a receber se descontado 3 meses antes do vencimento (1)?

33

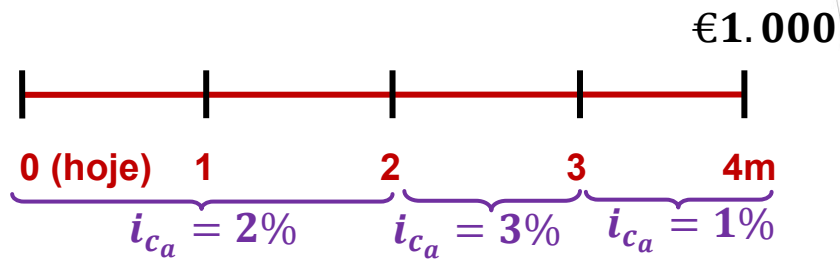
## Desconto por fora (desconto comercial)



- a. Hoje (0)?

34

## Desconto por fora (desconto comercial)



b. 3 meses antes do vencimento (1)

35



Regime de  
capitalização em  
que o juro  
capitaliza

36